

A03657

N° d'ordre : 446

# THÈSES

présentées à la

Faculté des Sciences d'Orsay

Université de Paris

pour obtenir

Le Grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

Bernard LEMAIRE

1 ère THESE : Contribution à l'étude de l'excitation et de la relaxation  
des ondes de spin dans un cristal ferromagnétique.

2 ème THESE : Propositions données par la Faculté.

---

Soutenues le 25 Mars 1969 devant la Commission d'Examen

M. P. GRIVET.....Président

MM. A. HERPIN.....

R. VAUTIER.....

} Examineurs



# THÈSES

présentées à la  
**Faculté des Sciences d'Orsay**  
**Université de Paris**

pour obtenir

**Le Grade de Docteur ès Sciences Physiques**

par

**Bernard LEMAIRE**

1 ère THESE : Contribution à l'étude de l'excitation et de la relaxation  
des ondes de spin dans un cristal ferromagnétique.

2 ème THESE : Propositions données par la Faculté.

---

**Soutenues le 25 Mars 1969 devant la Commission d'Examen**

M. P. GRIVET.....Président

MM. A. HERPIN.....  
R. VAUTIER..... } Examineurs



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41551519\\_0010](https://archive.org/details/IA41551519_0010)

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Magnétisme et de Physique du Solide du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur Charles GUILLAUD pour la bienveillance avec laquelle il m'a accueilli dans son Laboratoire et pour l'intérêt qu'il a porté à mes recherches.

J'exprime mes plus sincères remerciements à Monsieur Roger VAUTIER, Sous-Directeur du Laboratoire qui a suivi et dirigé mon travail.

Je remercie vivement Messieurs les Professeurs Pierre GRIVET et André HERPIN qui ont bien voulu accepter la charge de faire partie du Jury.

Mes remerciements s'adressent également à tous mes camarades des Laboratoires de Bellevue pour l'aide précieuse et amicale qu'ils m'ont apportée.

S O M M A I R E

|                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| INTRODUCTION.....                                                                          | 3  |
| CHAPITRE I.                                                                                |    |
| <u>Principe du pompage parallèle.</u> .....                                                | 5  |
| CHAPITRE II.                                                                               |    |
| <u>Etude du seuil de non linéarité</u> .....                                               | 13 |
| 1) Seuil critique. ....                                                                    | 15 |
| 2) Taux de relaxation d'un mode $k$ dû à la confluence de trois<br>magnons thermiques..... |    |
| 3) Discontinuité d'absorption au seuil critique. ....                                      | 20 |
| CHAPITRE III.                                                                              |    |
| <u>Susceptibilité longitudinale non linéaire.</u> .....                                    | 25 |
| 1) Technique de mesure. ....                                                               | 25 |
| 2) Résultats expérimentaux. ....                                                           | 33 |
| 3) Mécanismes responsables de l'absorption stationnaire. ....                              | 37 |
| CHAPITRE IV.                                                                               |    |
| <u>Interactions sélectives de magnons paramétriques.</u> .....                             | 42 |
| 1) Interaction à trois magnons .....                                                       | 45 |
| 2) Interaction à quatre magnons .....                                                      | 48 |
| 3) Fission d'un magnon paramétrique. ....                                                  | 50 |
| 4) Interaction magnon-phonon. ....                                                         | 55 |
| CONCLUSION.....                                                                            | 59 |
| ANNEXE A. ....                                                                             |    |
| Ondes de spin dans un milieu ferromagnétique. ....                                         | 60 |
| ANNEXE B. ....                                                                             |    |
| 1) Formule de perturbation en cavité. ....                                                 | 66 |
| 2) Détermination de l'énergie emmagasinée dans une cavité de mode TE <sub>011</sub> .      | 68 |

## INTRODUCTION

Bien que les premières expériences et les premiers traitements théoriques sur la relaxation ferromagnétique soient anciens <sup>(9)</sup>, c'est lors de ces dix dernières années que l'étude des largeurs de raies de résonance a vraiment progressé.

1°) La découverte en 1956 par Bertaut <sup>(2)</sup> du grenat d'yttrium a offert des monocristaux ferrimagnétiques isolants presque parfaits.

2°) La théorie des ondes de spin appliquée au calcul des temps de relaxation des magnons primaires (par exemple le mode uniforme) et des magnons secondaires (par exemple ondes de spin dégénérées avec ce mode uniforme) a permis à différents auteurs <sup>(4, 26)</sup> d'expliquer pour la première fois d'une manière satisfaisante les résultats expérimentaux de largeur de raie tant pour les monocristaux que pour les échantillons polycristallins.

3°) Un nouveau champ d'application et de vérification de la théorie des ondes de spin a été apportée par l'étude d'effets non linéaires en fonction du champ magnétique hyperfréquence quand celui-ci dépasse un certain seuil.

Si dans une expérience classique de résonance gyromagnétique, on augmente progressivement l'amplitude  $h_0$  du champ magnétique hyperfréquence, la saturation de la résonance fondamentale intervient pour une valeur de  $h_0$  inférieure à celle que laisse prévoir l'équation de mouvement <sup>(3, 6)</sup>. De plus, on observe l'apparition d'une deuxième absorption pour un champ continu inférieur à celui de la résonance fondamentale. La théorie du "pompage transversal" faite par Suhl rend parfaitement compte de cette saturation prématurée de la résonance fondamentale et de l'apparition de la résonance subsidiaire. Elle fait intervenir le transfert d'énergie du mode uniforme vers des modes d'ordre plus élevé. Une autre excitation non linéaire de ces modes d'ordre élevé ou ondes de spin a été imaginée et réalisée par Morgenthaler et Schlömann dans une expérience dite de pompage parallèle.

Si le champ magnétique hyperfréquence  $h_0$  est appliqué non plus perpendiculairement mais parallèlement au champ magnétique continu  $H_a$  (supposé

d'amplitude suffisante pour saturer macroscopiquement l'échantillon), on n'observe aucune absorption d'énergie hyperfréquence pour  $h_0$  faible. Mais si on augmente progressivement  $h_0$ , à partir d'un certain seuil critique  $h_c$  et dans un certain domaine de champ magnétique continu appliqué  $H_a$ , apparaît une absorption non linéaire qui est à rapprocher de l'absorption subsidiaire observée en pompage transversal. Mais tandis qu'il est difficile de déterminer les caractéristiques des ondes de spin excitées en pompage transversal, le pompage longitudinal permet d'exciter et d'étudier, indépendamment du mode uniforme qui n'est pas excité, des magnons de pulsation  $\omega_k$  et de vecteur d'onde  $k$  bien déterminés et reliés de façon simple aux conditions expérimentales. La longueur d'onde et le libre parcours moyen de ces magnons sont généralement très inférieurs aux dimensions de l'échantillon ; la forme et l'état de surface de celui-ci sont ainsi sans influence sur les résultats obtenus, qui constituent des caractéristiques intrinsèques du matériau étudié. Si l'échantillon est un monocristal de grenat d'yttrium, matériau ferromagnétique parfait (ou plutôt ferrimagnétique mais dans le cadre de notre étude la distinction n'est pas nécessaire), nous avons alors un moyen très puissant d'étude de certains mécanismes fondamentaux de relaxation ferromagnétique.

Le travail présenté ici se rapporte précisément à l'excitation d'ondes de spin dans un cristal ferrimagnétique par pompage longitudinal et à l'étude du comportement de ces ondes de spin (caractéristiques, interactions entre elles et avec le réseau cristallin). Toutes les études expérimentales sont faites sur des sphères monocristallines de grenat d'yttrium.

Dans une première partie nous montrons à partir des résultats de la théorie des ondes de spin que l'on peut mener à l'instabilité une paire d'ondes de spin en appliquant à l'échantillon un champ magnétique alternatif parallèle au champ continu  $H_a$  et d'amplitude  $h_0$  supérieure à un certain seuil  $h_c$ . Le deuxième chapitre est consacré à l'étude expérimentale et théorique de la valeur de ce seuil et au comportement de l'absorption au voisinage de ce seuil. Dans le chapitre III, le dispositif expérimental de mesure de la susceptibilité longitudinale  $\chi_z$  est présenté et les résultats expérimentaux relatifs à la variation en fonction du champ magnétique hyperfréquence  $h_0$  de la susceptibilité  $\chi_z$  sont donnés et discutés.

Nous montrons, dans le chapitre IV, que des interactions sélectives de magnons paramétriques et le déclenchement d'un processus de fusion expliquent très bien les accidents des courbes de  $\chi_z$  tracées en fonction de  $H_a$  avec  $h_c$  comme paramètre.

# CHAPITRE I

## PRINCIPE DU POMPAGE PARALLELE

Un point de départ bien adapté à l'étude de l'excitation de certaines ondes de spin par un champ magnétique hyperfréquence parallèle au champ magnétique continu (pompage parallèle) est le traitement des ondes de spin donné par Holstein et Primakoff <sup>(11)</sup>. Nous indiquons ici les résultats de cette théorie dont les grandes lignes sont rappelées dans l'annexe A.

Les composantes de spin sont exprimées en fonction des opérateurs création et destruction  $a^+$ ,  $a$  :

$$S_x + iS_y = 2S^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{a^+a}{2S}\right)^{\frac{1}{2}} a$$

$$S - S_z = a^+ a$$

L'hamiltonien du système de spin, en fonction des composantes de Fourier de  $a^+$ ,  $a$  s'écrit :

$$\mathcal{H} = \sum_k (A_k b_k^+ b_k + \frac{1}{2} B_k b_k b_{-k} + \frac{1}{2} B_k^+ b_k^+ b_{-k}^+) + \mathcal{H}'$$

où, après une transformation linéaire :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}' = \sum_k \hbar \omega_k c_k^+ c_k + \mathcal{H}'$$

$\mathcal{H}'$  renferme les termes d'ordre plus élevé correspondant aux transitions entre modes propres de  $\mathcal{H}_0$ .

La pulsation  $\omega_k$  de l'onde de spin de vecteur d'onde  $k$  faisant un angle  $\theta_k$  avec  $H_i$  (champ magnétique interne =  $H_a - 4 \pi M N z$ ) est donnée par la relation de dispersion :

$$(1,1) \left(\frac{\omega_k}{\gamma}\right)^2 = (H_i + D k^2)(H_i + D k^2 + 4 \pi M \sin^2 \theta_k)$$

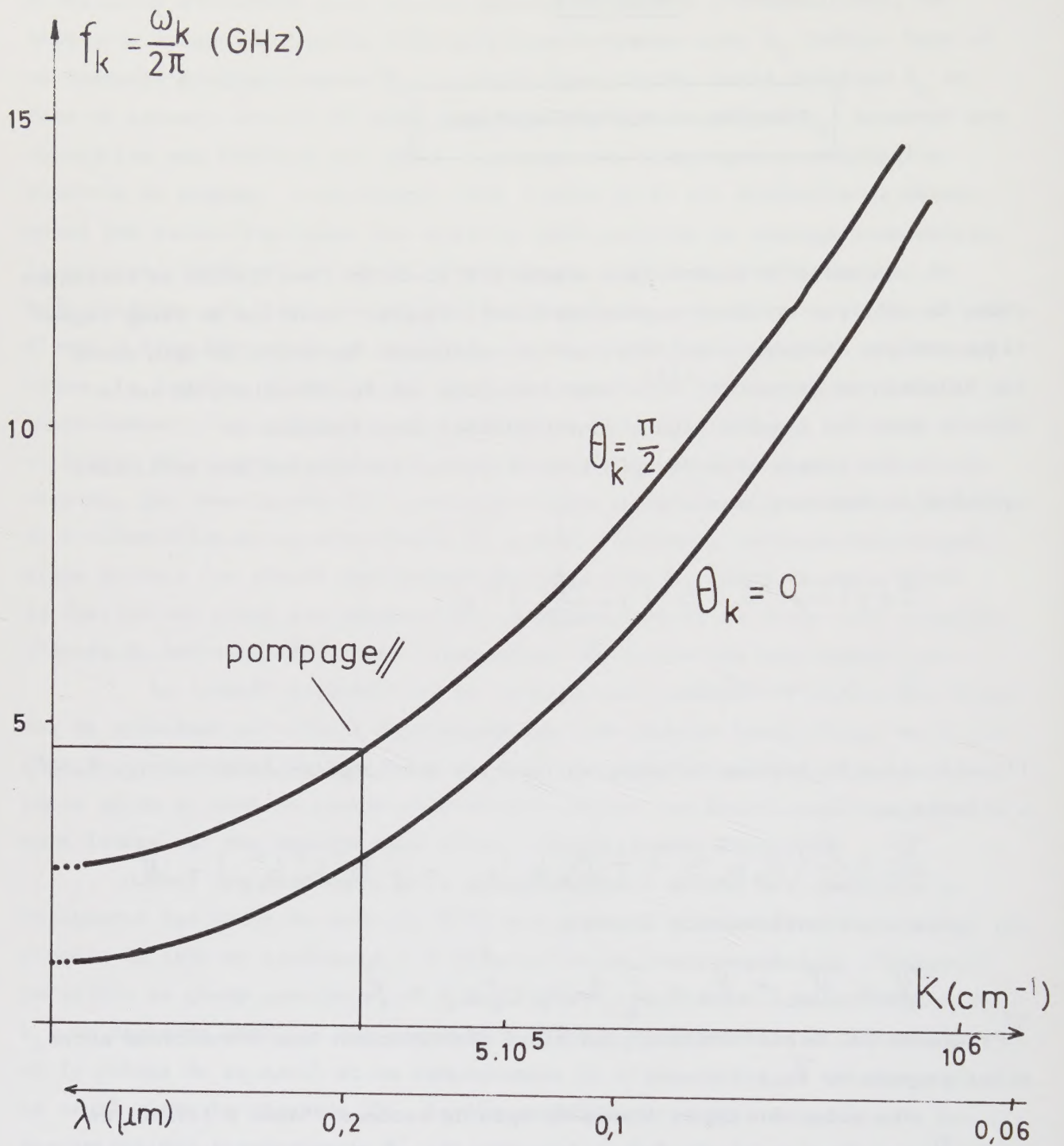


FIG.1 Courbe de dispersion des ondes de spin.  
 (YIG.  $D = 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ Oe.cm}^2$ ,  $4\pi M = 1800 \text{ Oe}$ ,  $H_a = 1000 \text{ Oe}$ ,  $H_i = 400$  sphère)

D est la constante d'échange, M le moment à saturation.

Nous avons représenté Fig. 1 le spectre des ondes de spin dans un cristal de YIG pour  $H_a = H_i + 4\pi MN_z = 1\ 000\ 0e$  ( $4\pi M = 1\ 800\ 0e$  ;  $D = 0,5\ 10^{-8}\ 0e\ cm^2$ ).

La composante suivant Oz du moment magnétique s'écrit en fonction des variables  $b_K^+$   $b_K$

$$(I,2) \quad M_z = M - \mu \sum_k b_k^+ b_k$$

Superposons maintenant parallèlement à  $H_a$  suivant Oz une composante du champ magnétique alternative :

$$h = h_0 \cos \omega t \quad (h_0 \ll H_i)$$

Pour traiter ce problème nous suivrons une méthode de perturbation dépendant du temps qui est à rapprocher d'un calcul de seuil critique fait par Sparks<sup>(30)</sup>. Schlömann<sup>(24)</sup> a donné un traitement semi classique qui met moins en évidence les échanges d'énergie entre le champ magnétique alternatif et le système de spins.

Le nouvel hamiltonien s'écrit :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{int} + \mathcal{H}'$$

avec :

$$\mathcal{H}_{int} = \int_V h M_z d\vec{r}$$

ou en tenant compte de la formule (I,2) :

$$(I,3) \quad \mathcal{H}_{int} = \frac{1}{2} \mu h_0 (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \sum_k b_k^+ b_k$$

La méthode des perturbations dépendant du temps et périodiques nous donne la probabilité de transition  $W_{if}$  d'un état initial  $E_i$  à un état final  $E_f$

$$(I,4) \quad W_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{int}^{if}|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar \omega)$$

$H_{int}^{if}$  est l'élément de matrice, pour la transition considérée, de l'opérateur.

$H_{int} = \mu \frac{\hbar_0}{2} \sum_k b_k^+ b_k$  coefficient de  $e^{i\omega t}$  dans  $\mathcal{H}_{int}$ . En fonction des opérateurs création et destruction de magnons  $C_k^+, C_k$ ,  $H_{int}$  s'écrit :

$$H_{int} = \mu \frac{\hbar_0}{2} \sum_k u_k v_k C_k^+ C_{-k}^+ + c. c.$$

(pour la définition de  $u_k, v_k$  voir l'annexe A).

Nous n'avons retenu que les termes permettant de satisfaire :

$$\hbar\omega = E_f - E_i = \hbar\omega_k + \hbar\omega_{-k} = 2\hbar\omega_k$$

termes qui correspondent à la création et à la destruction de deux magnons de vecteurs d'onde  $k$  et  $-k$  avec absorption ou émission d'un photon d'énergie  $\hbar\omega$  et de vecteur d'onde  $\nu \ll k$ . Rappelons que les vecteurs d'onde des magnons considérés doivent être inférieurs aux dimensions de l'échantillon, elles-mêmes très inférieures à la longueur d'onde du champ électromagnétique que l'on peut donc considérer comme uniforme dans tout l'échantillon. Les propriétés des opérateurs création et destruction de magnons  $C_k^+, C_k$  rappelées dans la formule (A-8) de l'annexe A donnent pour les éléments de matrice non nuls de  $H_{int}$  :

$$\langle n_k + 1, n_{-k} + 1 | C_k^+ C_{-k}^+ | n_k, n_{-k} \rangle = \sqrt{(n_k + 1)(n_{-k} + 1)} e^{-2i\omega_k t}$$

$$\langle n_k - 1, n_{-k} - 1 | C_k C_{-k} | n_k, n_{-k} \rangle = \sqrt{n_k n_{-k}} e^{2i\omega_k t}$$

Nous devons tenir compte de l'amortissement naturel des magnons  $k$  et  $-k$  (provenant des termes d'ordre supérieur dans l'hamiltonien). Introduisons le taux de relaxation  $\gamma_k$  du mode  $k$ , traduction statistique de l'hamiltonien  $\mathcal{H}'$ :

$$\frac{dn_k}{dt} = \gamma_k (n_k - n_k^0)$$

où  $n_k$  est le taux d'occupation du mode  $k$  et  $n_k^0$  le taux d'occupation à l'équilibre thermique :

$$n_k^0 = \frac{k_B T}{\hbar\omega_k}$$

De même, dans la formule donnant  $W_{if}$ ,  $\delta(E_f - E_i - \hbar\omega)$  doit être modifié si l'on tient compte de l'amortissement de l'état final.

$$\delta(E_f - E_i) = \frac{1}{\hbar} \delta(\omega_f - \omega_i) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\omega_f - \omega_i)t} dt$$

devient :

$$\frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{[i(\omega_f - \omega_i) - \eta_f]t} dt = \frac{1}{\pi\hbar} \frac{\eta_f}{(\omega_f - \omega_i)^2 + \eta_f^2}$$

et à la résonance,  $\delta(E_f - E_i - \hbar\omega)$  est à remplacer par  $\frac{1}{\pi\hbar\eta_f}$

Nous pouvons maintenant calculer  $W_{if}$  :

$$W_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{\mu^2 h_o^2}{4} \left( \frac{2\pi\mu M \sin^2 \theta_k}{\hbar\omega_k} \right)^2 [(n_k+1)(n_{-k}+1) - n_k n_{-k}] \frac{1}{\pi\hbar\eta_k}$$

comme  $n_k = n_{-k} \gg 1$  et en posant  $\mu = \gamma\hbar$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M$  :

$$(I,5) \quad W_{if} = \frac{\gamma^2 h_o^2}{\eta_k} \left( \frac{\omega_M \sin^2 \theta_k}{\omega} \right)^2 n_k$$

La variation de  $n_k$  dans l'unité de temps est la somme de la variation due au champ  $h$  et à la relaxation propre du mode  $k$  :

$$(I,6) \quad \frac{dn_k}{dt} = W_{if} - \eta_k (n_k - n_k^o) = \alpha_k n_k - \eta_k (n_k - n_k^o)$$

L'équation (I,6) montre que si  $\alpha_k$  est supérieur à  $\eta_k$  soit :

$$\frac{\gamma^2 h_o^2 (\omega_M \sin^2 \theta_k)^2}{\omega^2 \eta_k} > \eta_k$$

ou :

$$(I,7) \quad h_o > h_c = \frac{\eta_k}{\gamma} \frac{\omega}{\omega_M \sin^2 \theta_k}$$

il y a croissance exponentielle de  $n_k$ .  $h_c$  est le seuil critique d'excitation d'une onde de spin  $k$  en pompage parallèle. L'énergie absorbée  $n_\nu \hbar \omega$ ,  $n_\nu$  étant le nombre de photons absorbés, égal au nombre  $n_k$  de couples de magnons  $k$  et  $-k$  créés, croît exponentiellement (jusqu'au temps  $t_1$  où les phénomènes de saturation interviennent). Le taux de relaxation  $\gamma_k$  est relié à la largeur de raie  $\Delta H_k$  par la relation :

$$\gamma_k = \gamma \Delta H_k$$

d'où le seuil critique  $h_c$  :

$$(I,8) \quad h_c = \Delta H_k \frac{\omega}{\omega_M \sin^2 \theta_k}$$

Si on suppose que  $\gamma_k$  varie peu en fonction de l'angle  $\theta_k$ ,  $h_c$  minimal sera obtenu pour  $\theta_k = \pi/2$  et la mesure de  $h_c$  donnera directement la valeur de la largeur de raie du mode  $k$ . La condition  $\omega = 2\omega_k$  et la loi de dispersion des ondes de spin (formule 11) permettent d'obtenir la valeur du nombre d'onde  $k$  des ondes de spin excitées au seuil critique en fonction du champ magnétique continu  $H_a$ .

$$Dk^2 = \frac{1}{2} \sqrt{A - 4\left(\frac{\omega_k}{\gamma}\right)^2} - H_i - \frac{A}{2}$$

avec :

$$H_i = H_a - 4\pi N_z M$$

$$A = 4\pi M \sin^2 \theta_k$$

Pour une sphère et  $\theta_k = \frac{\pi}{2}$  on obtient :

$$(I,9) \quad Dk^2 = \sqrt{(2\pi M)^2 + \left(\frac{\omega_k}{\gamma}\right)^2} - \frac{2\pi M}{3} - H_a$$

$Dk^2$  en fonction de  $H_a$  est représenté figure 2.

Pour une pulsation donnée  $\omega_k = \frac{\omega}{2}$ , le module du vecteur d'onde  $k$  ne peut dépasser le maximum obtenu pour  $H_i = 0$  où l'échantillon cesse d'être saturé avec apparition des domaines de Weiss. Quand  $H_a$  tend vers  $H_{ac}$

valeur de  $H_a$  obtenue en faisant  $k = 0$  dans la formule (1,9)

$$(I, 10) \quad H_{ac} = \sqrt{(2 \pi M)^2 + \left(\frac{\omega_k}{\gamma}\right)^2} - \frac{2 \pi M}{3}$$

le vecteur d'onde des ondes de spin excitées tend vers 0 (pour  $\frac{\omega_k}{2\pi} = 4,7$  GHz,  $H_{ac} = 16\ 20$  Oe). Quand  $H_a$  varie de  $H_{ad} = 4 \pi M N_z$  à  $H_{ac}$ , les caractéristiques des ondes de spin excitées sont bien définies :  $\theta_k = \pi/2$  et  $k$  donné par la figure 2 (par exemple pour  $H_a = 1\ 000$  Oe, on est au point A). Les courbes de dispersion des ondes de spin pour ce champ sont données par la figure 1 ; la fréquence de pompe étant de 9,4 GHz, celle des ondes de spin excitées est de 4,7 GHz correspondant au point A de la figure 1. Il est à considérer le cas de  $H_a > H_{ac}$ . La figure 3 représente les diverses configurations des courbes de dispersion des ondes de spin : si pour  $H_{ad} < H_a < H_{ac}$ , il existe des ondes de spin d'énergie  $\hbar\omega/2$  et  $\theta_k = \pi/2$ , pour  $H_{ac} < H_a < H_{af}$  il n'en est plus de même. Les ondes de spin excitées auront des vecteurs d'onde voisins de 0 et  $\theta_k$  n'est plus déterminé ; pour  $H_a > H_{af}$  les courbes de dispersion sont entièrement au-dessus de  $\omega_k = \omega/2$ , le processus étudié ne peut exister et on s'attend à trouver un seuil  $h_c$  infini. ( $H_{af}$  correspond au champ magnétique continu pour lequel  $\omega_k = \frac{\omega}{2}$ ,  $K = 0$ ,  $\theta_k = 0$ , il est donné par :  $\frac{\omega_k}{\gamma} = H_{af} - 4 \pi N_z M$ , pour  $\omega_k = 2\pi \cdot 4,7$  GHz et  $4 \pi M = 1\ 800$  Oe,  $H_{af} = 2\ 200$  Oe).

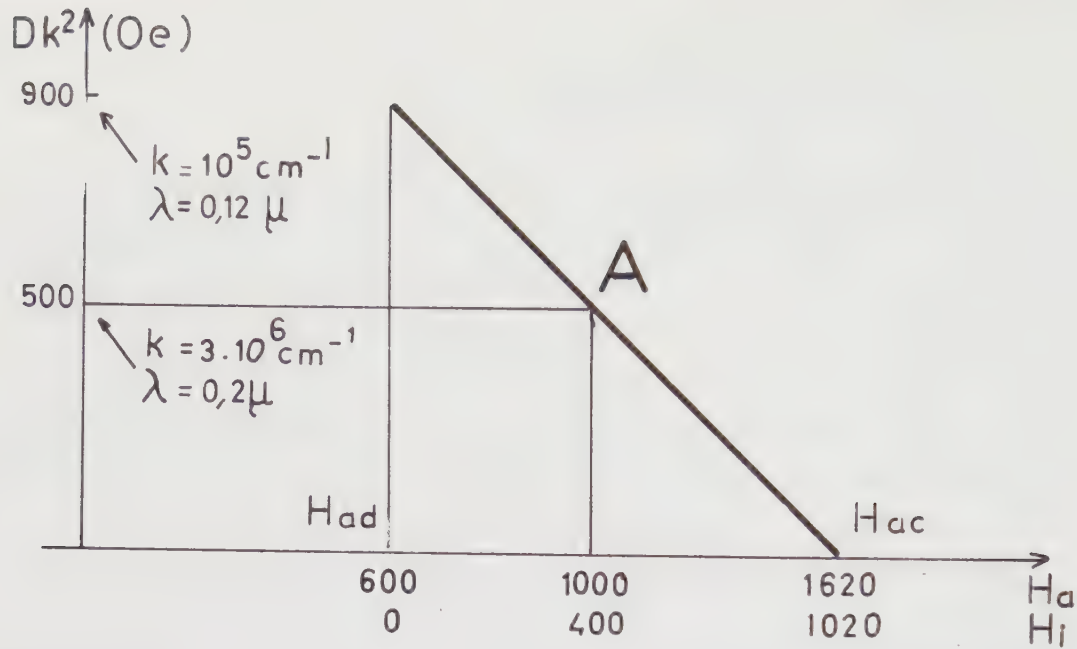


FIG. 2 Vecteur d'onde  $K$  des magnons paramétriques excités en pompage parallèle ( $\theta_K = \frac{\pi}{2}$ ) en fonction du champ appliqué  $H_a$  (sphère de YIG, fréquence de pompe 9,4 GHz).

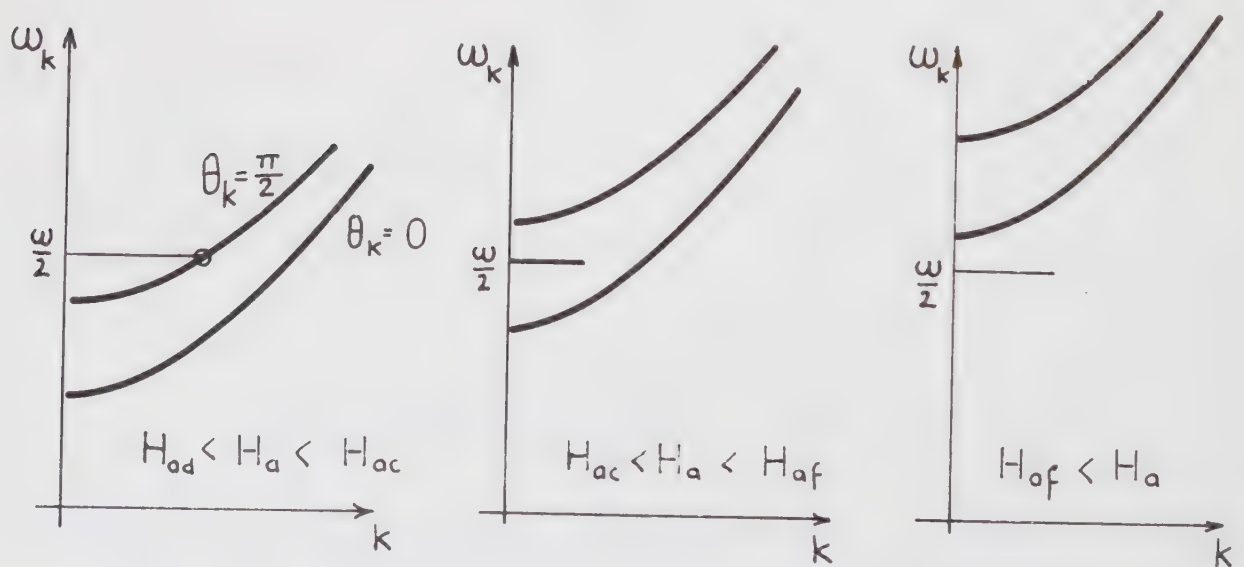


FIG. 3 Position du spectre des ondes de spin par rapport à la pulsation  $\frac{\omega}{2}$  pour différentes valeurs de  $H_a$ .

## CHAPITRE II

### ETUDE DU SEUIL CRITIQUE DE NONLINEARITE

Plaçons une sphère monocristalline de grenat d'yttrium dans une cavité hyperfréquence de telle manière que le champ magnétique alternatif  $h_o$  à l'emplacement de l'échantillon soit parallèle au champ magnétique continu  $H_a$ , et observons la puissance  $P_t$  transmise par la cavité. Tant que la puissance incidente  $P_i$  est inférieure à un certain seuil  $P_c$ , la puissance transmise par la cavité est la même que si celle-ci était vide : aucune puissance mesurable n'est absorbée par l'échantillon. Par contre, si  $P_i$  dépasse le seuil  $P_c$ , et dans un certain domaine de champ magnétique continu  $H_a$ , l'absorption augmente rapidement avec  $P_i$  (Fig. 4). Si le signal hyperfréquence est maintenant envoyé sous forme d'impulsions d'une durée de quelques microsecondes et d'amplitude  $P_i$  croissante, les impulsions transmises pour  $P_i$  inférieur à  $P_c$  sont identiques à celles que l'on observerait si la cavité était vide ; pour  $P_i > P_c$  elles sont déformées et présentent l'allure donnée Fig. 5 se décomposant comme suit :

Partie A - croissance à peu près exponentielle de l'énergie absorbée,

Partie B - zone de saturation,

Partie C - absorption stationnaire correspondant à chaque point de la courbe de la figure 4.

Des oscillations de relaxation se superposent parfois aux parties B et C.

La croissance exponentielle (partie A) devant traduire la formule (I,6) du chapitre I, a été systématiquement étudiée en fonction de  $H_a$  et  $h_o$  <sup>(14)</sup>.

L'absorption stationnaire (Partie C) qui est l'objet principal de ce travail n'a jusqu'ici été étudiée que d'une manière très fragmentaire. Il semblerait pourtant logique de s'intéresser d'abord à cette valeur stationnaire de  $\chi''_z$ , comme cela a été fait en pompage perpendiculaire <sup>(27)</sup>, et qui est seule observée avec une source hyperfréquence continue. En fait, l'étude expérimentale se heurte à des difficultés. Des susceptibilités de l'ordre de

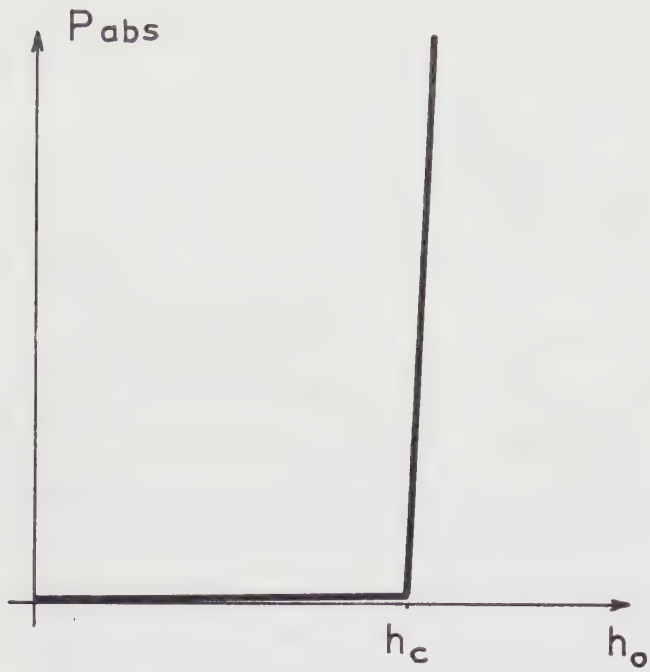


FIG. 4 Puissance absorbée par un monocristal de YIG en fonction de l'amplitude  $h_o$  du champ magnétique hyperfréquence.

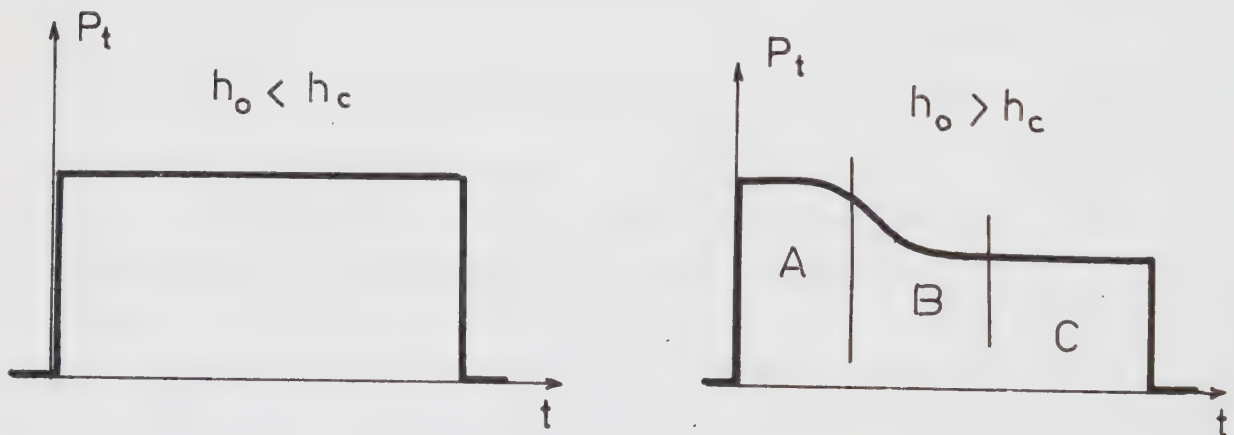


FIG. 5 Impulsions hyperfréquences transmises par une cavité contenant un monocristal de YIG.

$10^{-3}$  à  $10^{-1}$  ne peuvent se mesurer avec précision sur des échantillons dont le volume est de l'ordre du  $\text{mm}^3$ , qui seuls existaient jusqu'à ces derniers temps. Même sur les monocristaux de quelques dizaines de  $\text{mm}^3$  actuellement disponibles, les mesures sont délicates, quand le niveau de puissance varie de quelques 100 mW à plusieurs kilowatts.

Dans ce chapitre nous étudions les variations du seuil critique  $h_c$  en fonction de  $H_a$  et les divers comportements de l'absorption au voisinage immédiat du seuil.

## 1- SEUIL CRITIQUE.

L'apparition très brutale de l'absorption au seuil critique  $h_c$  permet une mesure très précise de ce seuil. Nous avons relevé la classique courbe papillon représentant les variations de  $h_c$  en fonction de  $H_a$ , à la température ambiante et à 9,4 GHz (Fig. 6). On remarque la parfaite régularité de cette courbe dans la partie  $H_a < H_{ac}$  sauf pour  $H_a = H_{4m}$  et  $H_a = H_{ph}$  (Voir figure). Ces accidents de la courbe seront expliqués au chapitre IV. Signalons que c'est la première fois qu'ils ont été détectés à 9 400 MHz et à la température ambiante.

Dans le chapitre I nous avons calculé la valeur du seuil critique  $h_c$  en fonction de la largeur de raie  $\Delta H_K$  des magnons  $k$  excités pour  $H_a < H_{ac}$

$$h_c = \Delta H_K \frac{\omega}{\omega_M \sin^2 \theta_K}$$

Si l'on tient compte de la formule (I,9) donnant  $k$  en fonction de  $H_a$ , nous pouvons tracer  $\Delta H_K = f(k)$  (Fig. 7). On obtient la droite donnée pour la première fois par Spencer et Lecraw<sup>(27)</sup>. Un grand succès du pompage longitudinal a été l'accord de ce résultat avec le calcul théorique de la contribution au taux de relaxation des interactions du type confluence de 3 magnons.

Nous donnons le principe de ce calcul qui a été effectué par Schlömann<sup>(23)</sup> et Sparks<sup>(26)</sup>, car il servira d'introduction à la détermination théorique de l'absorption stationnaire faite au chapitre suivant, et de la fusion de magnons paramétriques étudiée au chapitre IV.

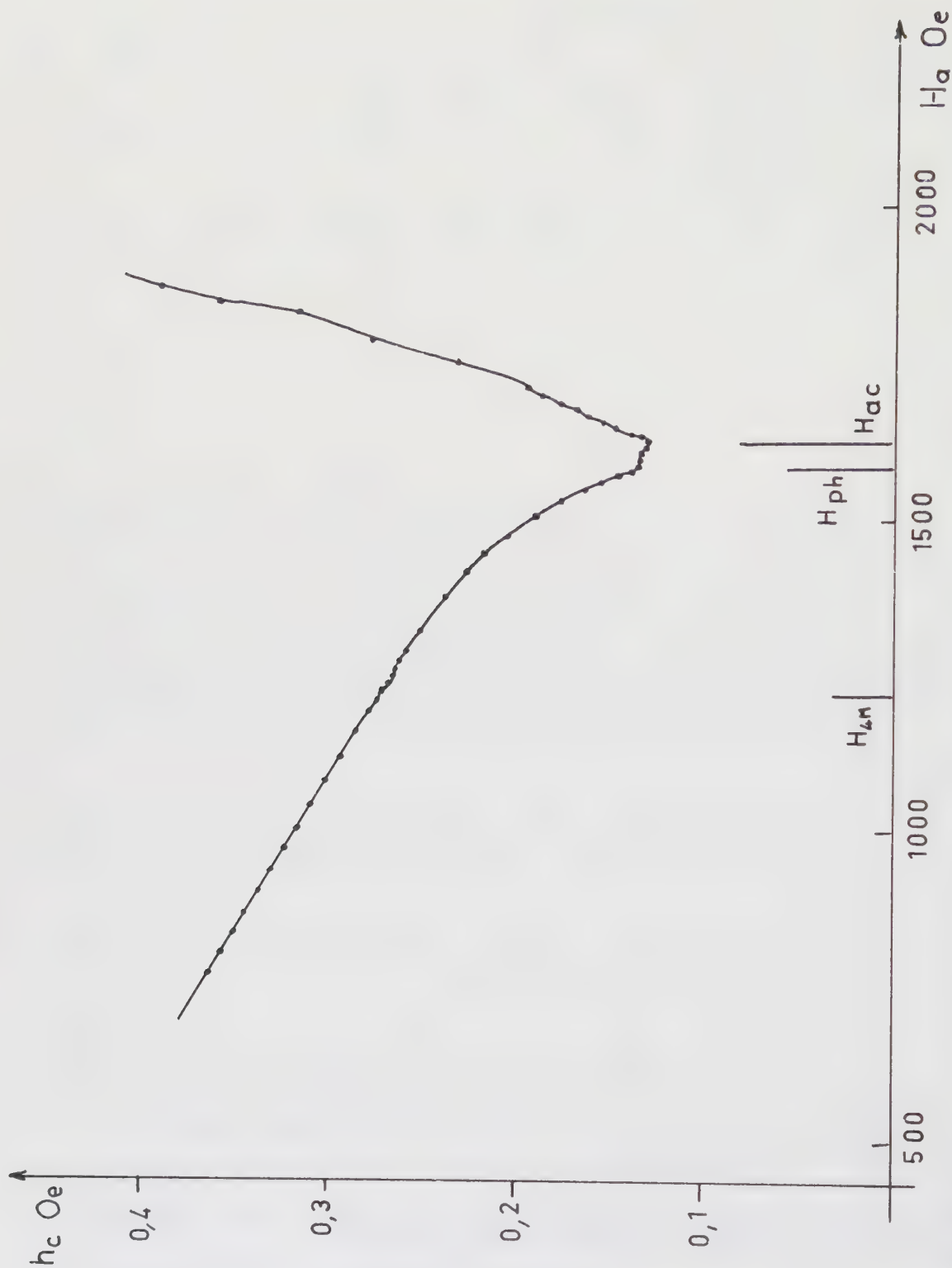


FIG. 6 Seuil critique de non-linéarité en pompage parallèle  $h_c$  en fonction du champ  $H_a$  pour une sphère de YIG ( $T = 300^\circ K$ , fréquence de pompe 9,4 GHz).

## 2- CONFLUENCE DE TROIS MAGNONS THERMIQUES.

La conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie impose de faire interagir entre elles au moins trois particules (mettons à part la destruction d'un magnon et la création d'un phonon étudiées au chapitre IV). Nous avons donné dans l'annexe A la partie de l'Hamiltonien  $\mathcal{H}_3$ , responsable des transitions à 3 magnons. Les seuls éléments de matrice non nuls de  $\mathcal{H}_3$  sont :

$$\langle n_k, n_{k'}, n_{k''} | \longleftrightarrow | n_{k-1}, n_{k'-1}, n_{k''+1} \rangle$$

représentés figure 8a et correspondant à la fusion d'un magnon k avec un autre magnon k' et :

$$\langle n_k, n_{k'}, n_{k''} | \longleftrightarrow | n_{k-1}, n_{k'+1}, n_{k''+1} \rangle$$

représentés figure 8b et correspondant à la fission du magnon k. On montrera au chapitre IV que le cas de la fission ne peut presque jamais exister à 9,4 GHz.

La probabilité de transition est donnée par :

$$(II,1) \quad W_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{H}_3^{if}|^2 \delta(E_f - E_i)$$

La variation par unité de temps de  $n_k$  s'obtient en sommant sur toutes les transitions faisant intervenir le mode k :

$$(II,2) \quad \frac{dn_k}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k', k''} |2 \Gamma_{k, k', k''}|^2 [ (n_{k+1})(n_{k'+1})n_{k''} - n_k n_{k'}(n_{k''+1}) ] \\ \times \delta(\hbar\omega_k + \hbar\omega_{k'} - \hbar\omega_{k''}) \Delta(\vec{k} + \vec{k}' - \vec{k}'')$$

$\Gamma_{k, k', k''}$  est le terme correspondant à  $C_{k, k', k''}$  dans la 3ème transformation d'Holstein Primakoff (Voir Annexe A).

Soit  $n_k^0$ , le taux d'occupation thermique d'un mode k donné par la statistique de Bose-Einstein :

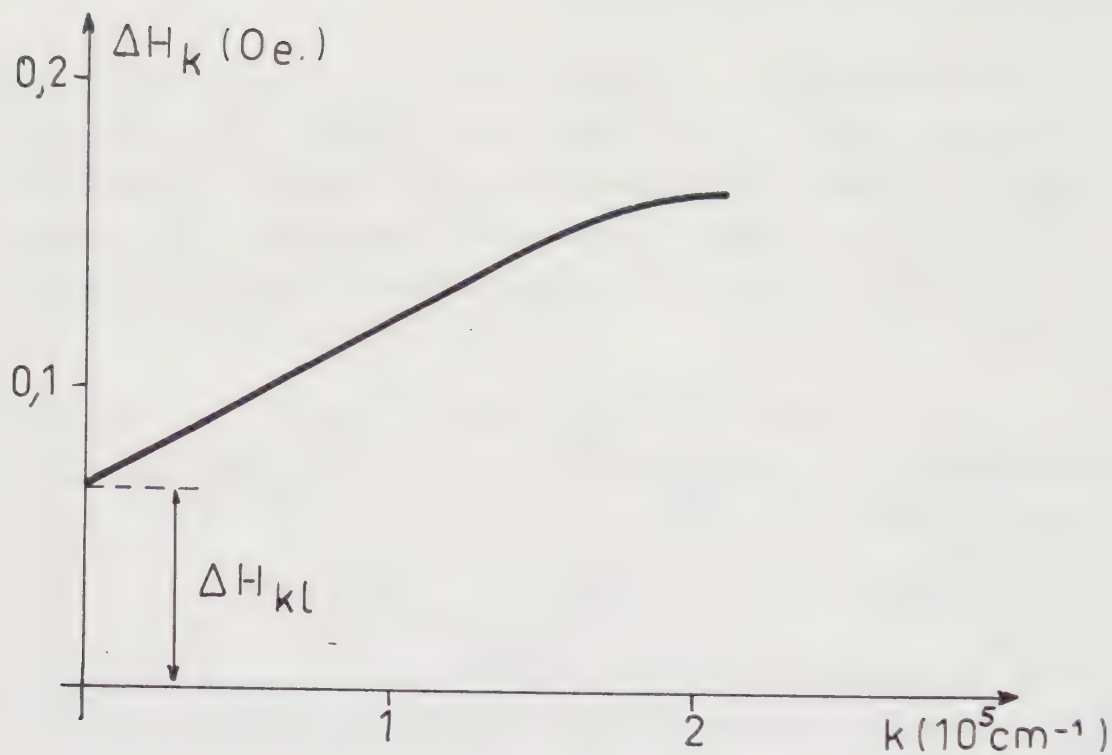


FIG. 7 Largeur de raie  $\Delta H_K$  en fonction du vecteur d'onde  $K$  des magnons se propageant à  $\frac{\pi}{2}$  du champ  $H_a$ .



FIG. 8 Interaction à 3 magnons type fusion (a) et fission (b).

$$n_k^0 = \left[ \exp\left(\frac{\hbar \omega_k}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}$$

Le taux de relaxation thermique  $\eta_k$  d'un magnon  $k$  est défini par :

$$\frac{dn_k}{dt} = -\eta_k (n_k - n_k^0)$$

en donnant à  $n_k$ , et  $n_{k''}$  dans la formule (II,2) les valeurs à l'équilibre thermique  $n_k^0$ , et  $n_{k''}^0$ .

On obtient :

$$\frac{dn_k}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k', k''} |2\Gamma_{kk'k''}|^2 \delta(\hbar\omega_k + \hbar\omega_{k'} - \hbar\omega_{k''}) (n_{k'}^0 - n_{k''}^0) (n_k - n_k^0)$$

soit en désignant par  $\eta_k^c$  la contribution des interactions du type fusion de 2 magnons :

$$(II,3) \quad \eta_k^c = \frac{2\pi}{\hbar^2} \sum_{k'} |2\Gamma_{kk'k''}|^2 (n_{k'}^0 - n_{k+k'}^0) \delta(\omega_k + \omega_{k'} - \omega_{k''})$$

La valeur obtenue par Sparks <sup>(25)</sup> pour les  $k$  faibles est :

$$\eta_k^c = \frac{\pi k_B T \gamma^2 M k}{2 D \omega_k}$$

pour un monocristal de grenat d'yttrium à température ambiante et pour

$\frac{\omega_k}{2\pi} = 4,7 \text{ GHz}$ , l'application numérique donne :

$$\Delta H_k^c (\text{Oe}) = 0,1 \cdot 10^5 k (\text{cm}^{-1})$$

On peut voir (Fig. 7) que se trouvent vérifiées, avec une bonne approximation la linéarité et la pente de  $\Delta H_k^c$  en fonction de  $k$ . La valeur  $\Delta H_{kL}$  représente les autres contributions à  $\Delta H_k$  (12).

Nous allons maintenant étudier expérimentalement l'apparition de l'absorption au seuil critique. L'utilisation d'impulsions très longues et d'une source hyperfréquence continue a permis de mettre pour la première fois en évidence une discontinuité (17).

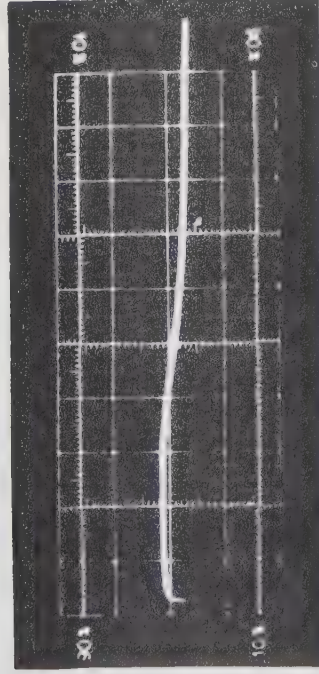
### 3- DISCONTINUITÉ D'ABSORPTION AU SEUIL CRITIQUE.

Nous avons donné au début de ce chapitre le schéma du comportement de l'absorption non linéaire en pompage parallèle (Fig. 4 et 5). C'est celui qui a été rapporté jusqu'ici par tous les auteurs et que l'on observe si la source hyperfréquence utilisée, telle un magnétron, délivre des impulsions de courte durée, ou si les observations manquent de précision. Si par contre, le monocristal de grenat d'yttrium est soumis à des impulsions longues de l'ordre de la milliseconde, on observe au voisinage du seuil critique les impulsions transmises données dans le tableau I.

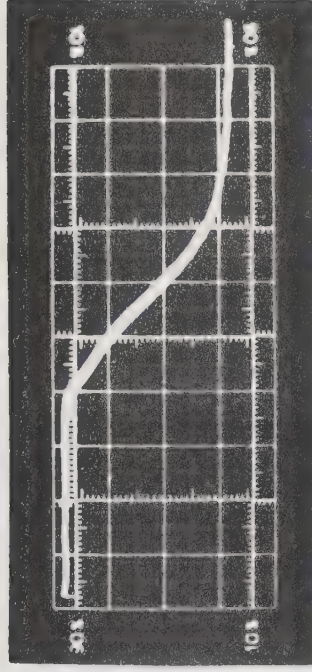
Pour  $H_a > 1\,400$  Oe (tableau I) la forme de l'impulsion représente le comportement classique donné par la figure 4 : la croissance exponentielle de l'absorption est suivie de l'absorption stationnaire, qui tend vers 0 quand  $h_0$  tend vers  $h_c$  en décroissant.

Pour  $H_a < 1\,400$  Oe (tableau I) l'absorption stationnaire ne tend pas vers 0 quand  $h_0$  tend vers  $h_c$  ; au seuil critique elle subit une discontinuité. Le comportement transitoire est aussi différent. Au seuil (Tableau I) nous n'observons pas la partie exponentielle mais une croissance à peu près linéaire de l'absorption. Au-dessus du seuil (Tableau I), nous trouvons après la croissance exponentielle de l'absorption une première saturation (Partie A), puis une seconde variation d'absorption (Partie B) avant d'obtenir la valeur stationnaire (Partie C). Cette deuxième variation correspond à l'absorption transitoire non exponentielle du seuil (Tableau I), c'est-à-dire à la discontinuité. Elle apparaît après une dizaine de microsecondes et dure quelques  $100\ \mu s$  ; c'est la raison pour laquelle elle ne peut être observée sur les impulsions fournies par un magnétron qui ne dépassent pas  $10\ \mu s$ .

# TABEAU N° 1

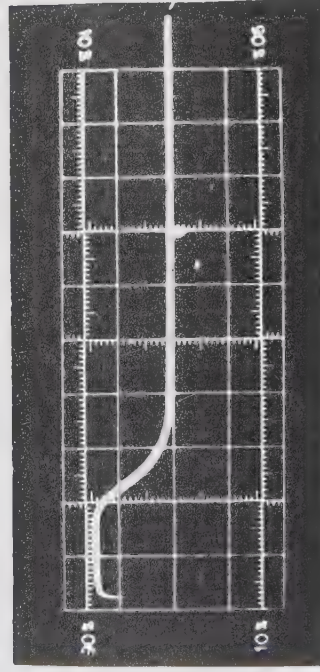


$H_a = 1500 \text{ Oe}$      $h_o = h_c$

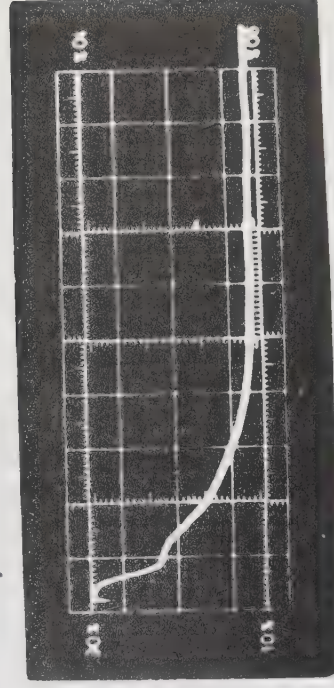


$H_a = 1000 \text{ Oe}$      $h_o = h_c$

A | B | C



$H_a = 1500 \text{ Oe}$      $h_o = h + 1 \text{ db}$



$H_a = 1000 \text{ Oe}$      $h_o = h_c + 1 \text{ db}$

Les deux formes d'absorption transitoire près du seuil critique



Afin de préciser ces résultats, nous avons effectué une étude en onde entretenue. Nous avons enregistré la puissance transmise par la cavité en fonction de la puissance incidente pour  $H_a = 1\,500$  Oe, (Fig. 9) et pour  $H_a = 1\,000$  Oe, (Fig. 10). Sur la figure 11, sont superposés les enregistrements correspondant à une suite continue de valeurs de  $H_a$ . On retrouve les variations de l'absorption stationnaire avec et sans discontinuités au seuil critique ; sur la figure 11 la délimitation a lieu pour  $H_a \simeq 1\,400$  Oe. Sur la figure 10 on voit qu'à la décroissance de  $P_{in}$ , la puissance transmise  $P_t$  ne suit pas la même loi qu'à la croissance : une absorption subsiste au-dessous du seuil critique et disparaît avec discontinuité pour  $P_{in} = P'_c < P_c$ .

Nous avons déterminé (Fig. 12) la partie imaginaire de la susceptibilité longitudinale  $\chi''_z$  en fonction de  $h_0$  pour différentes valeurs de  $H_a$  (traduction quantitative des résultats précédents). C'est le départ des courbes que nous trouverons dans le chapitre suivant.

Cette discontinuité au seuil critique peut trouver une explication qualitative à partir de la différence des temps de relaxation du mode  $k$  lui-même qui est excité au seuil et des autres modes qui interagissent avec lui. Si le temps de relaxation de ces autres modes est plus élevé, il peut y avoir une première saturation ne correspondant pas à l'équilibre global de tout le système.

Sachant de plus que la composante continue de  $M_z$  dépend du nombre de magnons  $k$  excités et d'autre part influe sur la valeur du champ interne  $H_i$ , dont dépendent le seuil d'excitation et le taux d'excitation des ondes de spin  $k$ , on voit que par le jeu de ces différents mécanismes, le comportement transitoire de l'absorption peut être complexe.

Cette discontinuité au seuil critique de l'absorption d'énergie hyperfréquence fournit une méthode très sensible et très précise de mesure du champ magnétique hyperfréquence ou de l'énergie correspondante, à partir d'un échantillon préétalonné. La grande précision que peut fournir cette méthode peut être intéressante.

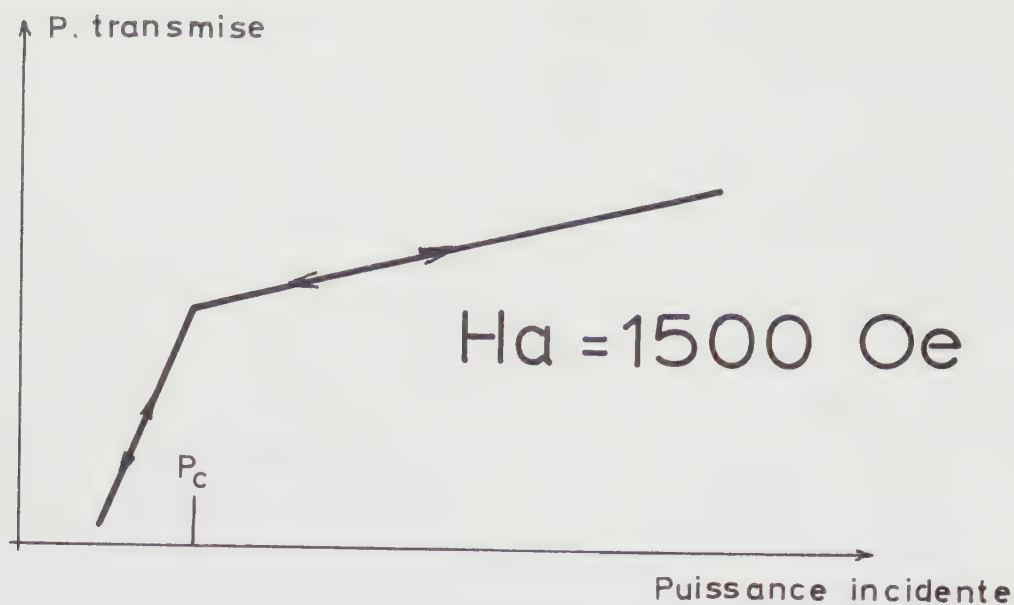


FIG 9 Absence de discontinuité au seuil critique pour  $H_a > 1400$  Oe.

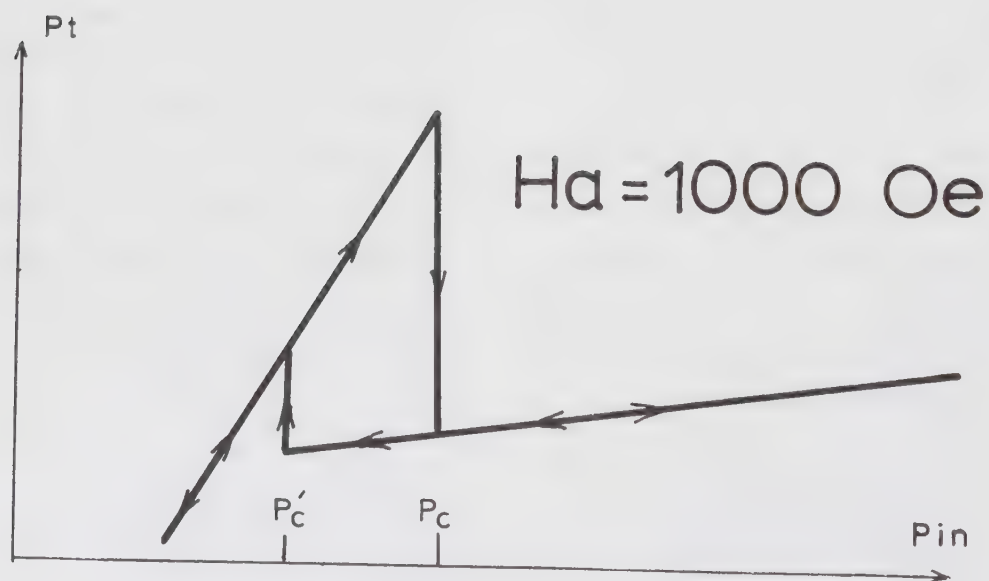


FIG.10 Discontinuité au seuil critique pour  $H_a < 1400$  Oe.

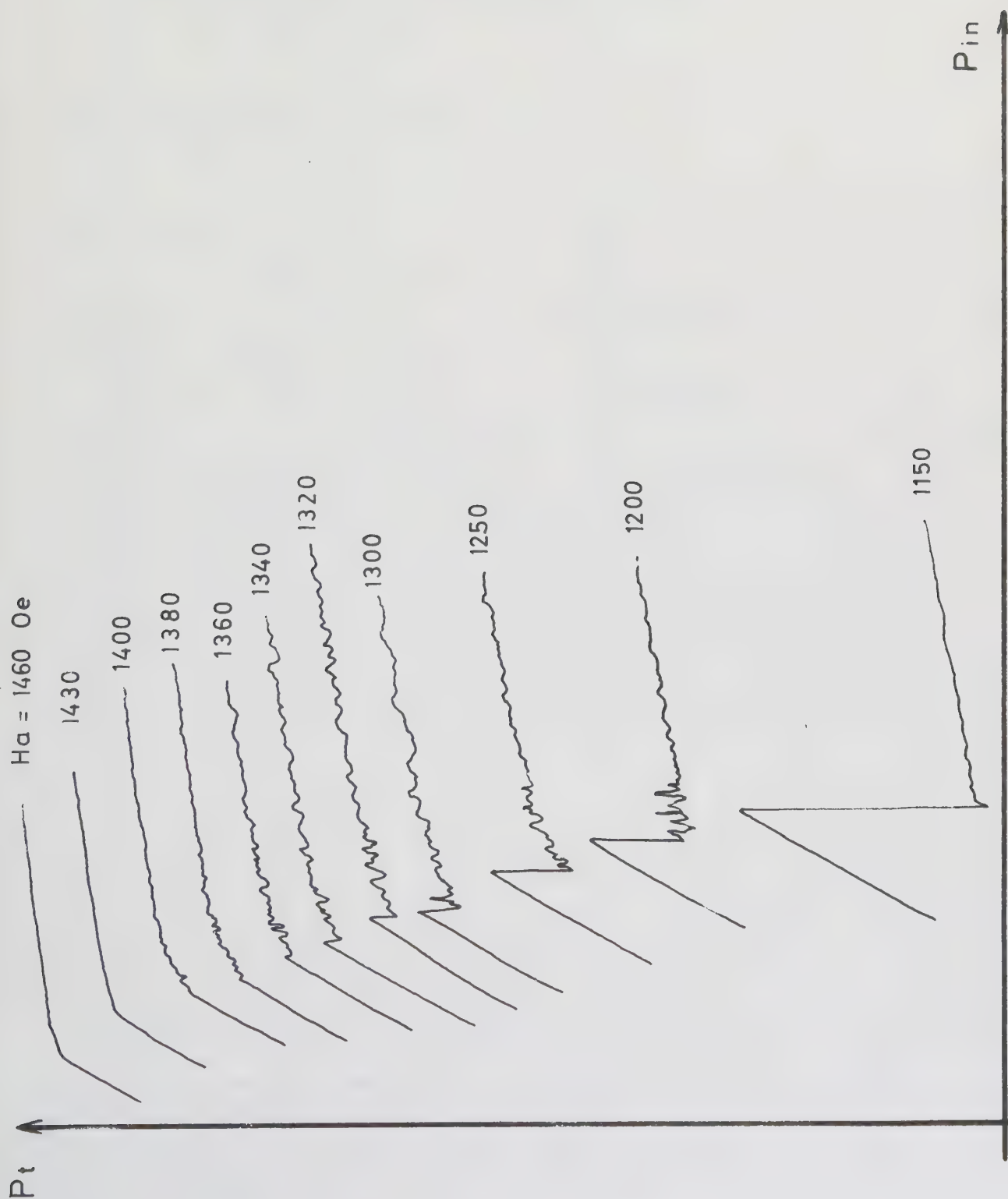


FIG.11 Enregistrement de la discontinuité d'absorption.

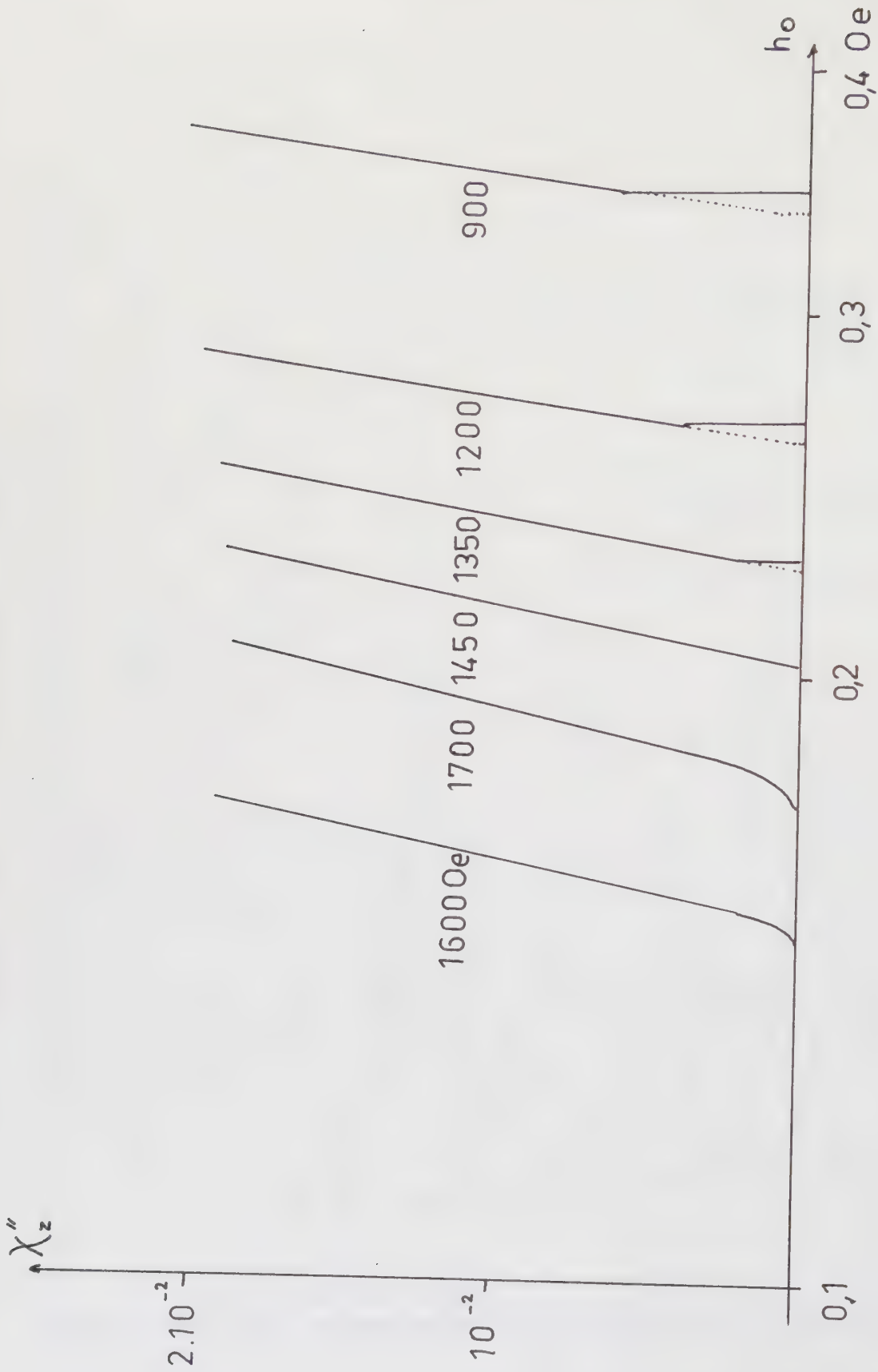


FIG.12 Susceptibilité longitudinale  $\chi_z''$  en fonction de  $h_0$  près du seuil critique  $h_c$ .

### CHAPITRE III

#### SUSCEPTIBILITE LONGITUDINALE NON LINEAIRE

#### 1- TECHNIQUE EXPERIMENTALE DE MESURE DE $\chi''_z$ .

Les mesures de susceptibilité en hyperfréquence se classent en deux catégories.

1°) les méthodes de propagation où l'on détermine la variation de la constante de propagation d'un guide d'onde partiellement ou totalement chargé du matériau étudié.

2°) les méthodes en cavité dont les variations de la pulsation de résonance  $\omega$  et du coefficient de surtension  $Q$  sont liées aux propriétés du matériau introduit. La méthode de mesure en cavité est la seule utilisable ici. En effet, les monocristaux disponibles sont de volume très réduit (une sphère monocristalline de YIG de 3 mm de diamètre est déjà délicate à préparer et les susceptibilités que l'on désire mesurer sont faibles (de quelques  $10^{-3}$  à quelques  $10^{-1}$ ) ; l'augmentation de sensibilité qu'offre la surtension d'une cavité est indispensable. De plus les champs hyperfréquences désirés correspondent dans un guide d'onde à des puissances propagées trop élevées pour être produites et surtout contrôlées facilement.

##### a) Choix de la cavité.

La précision des mesures sera d'autant accrue que le coefficient de surtension à vide  $Q_0$  de la cavité sera grand et que le champ magnétique hyperfréquence sera plus concentré à l'endroit de l'échantillon. Cet emplacement sera de préférence éloigné des parois conductrices de la cavité afin d'éviter les effets de paroi ou d'image électrique. Une partie des mesures se faisant avec un magnétron à fréquence fixe comme source, la cavité devra

être accordable (\*). Il faudra aussi veiller au claquage à l'endroit où le champ électrique est maximum, pour les mesures en champ hyperfréquence élevé.

Nous avons choisi une cavité cylindrique excitée dans le mode  $TE_{011}$  (un des modes utilisés pour les ondemètres). Nous représentons Fig. 23 la configuration des lignes de champ. Cette cavité répond bien à tous les impératifs cités : accordable, très bon coefficient de surtension à vide, maximum de champ magnétique au centre. Les dimensions adoptées pour la cavité  $TE_{011}$  résonnant à une fréquence de 9,4 GHz sont :

$$h = 4,3 \text{ cm}$$

$$2R = 4,21 \text{ cm.}$$

b) Principe de la mesure de  $\chi''_z$ .

Une méthode de perturbation permet de relier la partie imaginaire de la susceptibilité longitudinale  $\chi''_z$  au coefficient de surtension  $Q$  de la cavité chargée (Voir Annexe B)

$$\chi''_z = \frac{236}{Q_0} (Q_0/Q - 1)$$

( $Q_0$  coefficient de surtension à vide).

Etant donné que l'on s'intéresse essentiellement aux propriétés non linéaires du matériau, la détermination du coefficient de surtension de la cavité chargée ne peut se faire classiquement en mesurant la largeur de la bande passante. Nous avons utilisé la relation existant entre le coefficient de surtension  $Q$  et le coefficient de transmission  $\tau$  d'une cavité <sup>(15)</sup>. La cavité montée en transmission est insérée entre deux atténuateurs étalonnés (Fig. 13).

---

(\*) L'accord de la cavité sur la fréquence de la source maintenue fixe procure toujours une méthode très précise de mesure des déviations de fréquences de résonance, car l'accord exact peut alors être repéré par le zéro d'un pont dans lequel est inséré la cavité (Fig. 27) et la phase du signal sortant que l'on mesure est beaucoup plus sensible au désaccord que le module du coefficient de transmission.

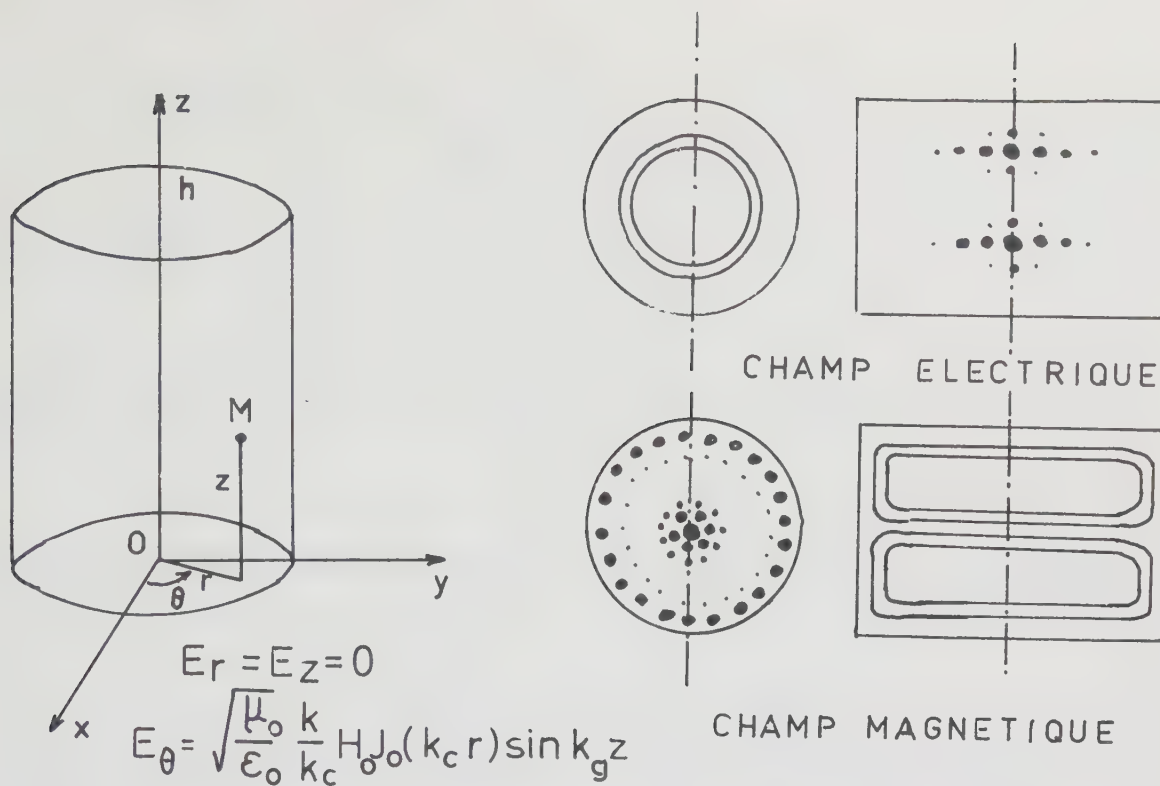


FIG .23 Configuration de lignes de champ dans une cavité cylindrique pour le mode TE 011.

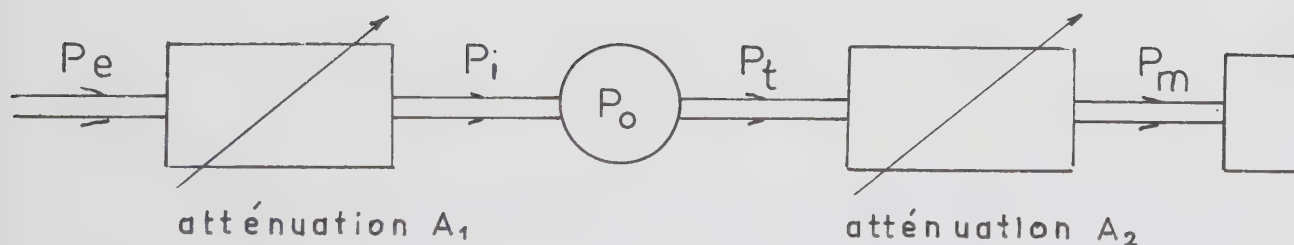


FIG.13 Principe des mesures du coefficient de transmission de la cavité.

Avec les notations suivantes :

$P_o$  = puissance totale dissipée dans la cavité (parois et échantillon)

$P_i$  = puissance incidente à l'entrée de la cavité.

$P_t$  = puissance sortant de la cavité.

$Q_i$  = coefficient de surtension de la cavité isolée, contenant éventuellement l'échantillon, mais non couplée au circuit extérieur.

$Q_{E_1}$  et  $Q_{E_2}$  = coefficients de surtension extérieurs d'entrée et de sortie

définis en fonction des coefficients de couplage d'entrée et de sortie

$$\beta_1 \text{ et } \beta_2 \text{ par : } \beta_1 = \frac{Q_i}{Q_{E_1}} \quad \beta_2 = \frac{Q_i}{Q_{E_2}}$$

$Q$  = coefficient de surtension de la cavité couplée aux circuits extérieurs.

Nous avons :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_{E_1}} + \frac{1}{Q_{E_2}} \quad ; \quad \frac{Q_i}{Q} = 1 + \beta_1 + \beta_2$$

$$\frac{P_o}{P_i} = \frac{4 \beta_1 (1 + \beta_2)}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2} \quad \frac{P_t}{P_o} = \frac{\beta_2}{1 + \beta_2}$$

$$\tau = \frac{P_t}{P_i} = \frac{4 \beta_1 \beta_2}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2}$$

Si la cavité est très sous-couplée, soit  $\beta_1$  et  $\beta_2 \ll 1$ , les formules se simplifient :

$$\tau = 4 \beta_1 \beta_2 = \frac{4 Q_i^2}{Q_{E_1} Q_{E_2}}$$

$$\frac{P_t}{P_o} = \beta_2 = \frac{Q_i}{Q_{E_2}}$$

$$\frac{P_t}{T} = \frac{\omega}{Q_{E_2}} = \text{constante.}$$

Le coefficient de transmission de la cavité est proportionnel à  $Q_i^2$ . La puissance transmise  $P_t$  est proportionnelle à l'énergie  $T$  emmagasinée dans la cavité et donne donc directement le champ  $H_0$  qui règne dans la cavité. Une seule mesure absolue de  $P_t/T$  et  $T/Q_i^2$  est nécessaire. Elle est faite par une méthode classique cavité vide. Ensuite si  $P_e$  et  $P_m$  sont maintenues constantes par le jeu des atténuateurs (Voir Fig. 13), l'indication  $A_2$  du second atténuateur est proportionnelle à  $T/T_0$  donc à  $H_0^2$  et le produit des deux atténuateurs  $A_1 A_2$  est proportionnel à  $(Q_i/Q_{i_0})^2$ . (L'indice 0 se rapporte à la cavité vide).

Comme on désire obtenir dans la cavité un champ  $H_0$  élevé pour une puissance  $P_i$  raisonnable,  $\beta_1$  ne peut être pris trop faible. Nous avons choisi :

$$\beta_{10} = \frac{1}{12} \text{ soit } \frac{P_0}{P_{i_0}} = \frac{1}{3} \text{ et } \beta_{20} = \frac{1}{100} \text{ pour la cavité vide. L'utili-}$$

sation des formules simplifiées ci-dessus constitue encore une approximation satisfaisante (qui s'améliore quand la cavité est chargée par suite de la diminution de  $Q_i$  et donc de  $\beta_1$ ).

### c) Description du banc de mesure.

La cavité tournée dans un bloc de laiton est représentée Fig. 14. Elle est accordable par enfonceur du couvercle muni d'un pas de vis. L'échantillon est maintenu au centre à l'extrémité d'une tige de téflon. La cavité est placée dans l'entrefer d'un électroaimant relié à une alimentation stabilisée. On obtient ainsi une grande homogénéité et une bonne stabilité du champ magnétique continu  $H_a$ .

Le banc de mesure en bande X est représenté Fig. 15. En fonction de la puissance hyperfréquence désirée, on choisit parmi deux sources hyperfréquences :

1°) Un klystron suivi d'un amplificateur à onde progressive fournit une puissance maximum de 10 W en onde entretenue ou sous forme d'impulsions longues à faible taux de répétition pour limiter l'échauffement.

2°) Un magnétron (40 J2 - CSF) délivre des impulsions de 50 kW de puissance crête. Le modulateur permet de faire varier dans un certain domaine la durée d'impulsion (0 à 10  $\mu$ s) et la fréquence de répétition (10 Hz à 500 Hz).

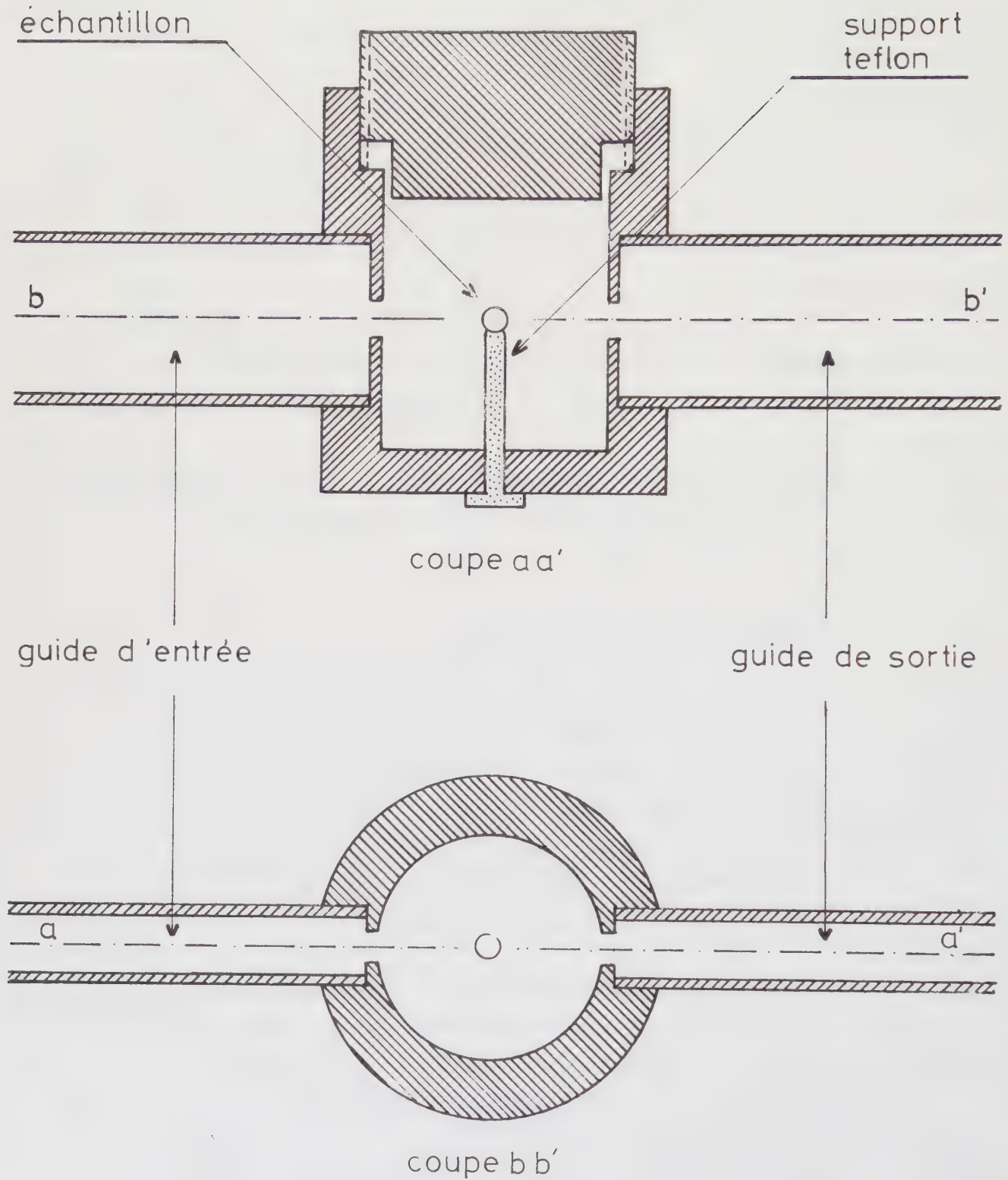


Fig.14 Cavité accordable TE 011

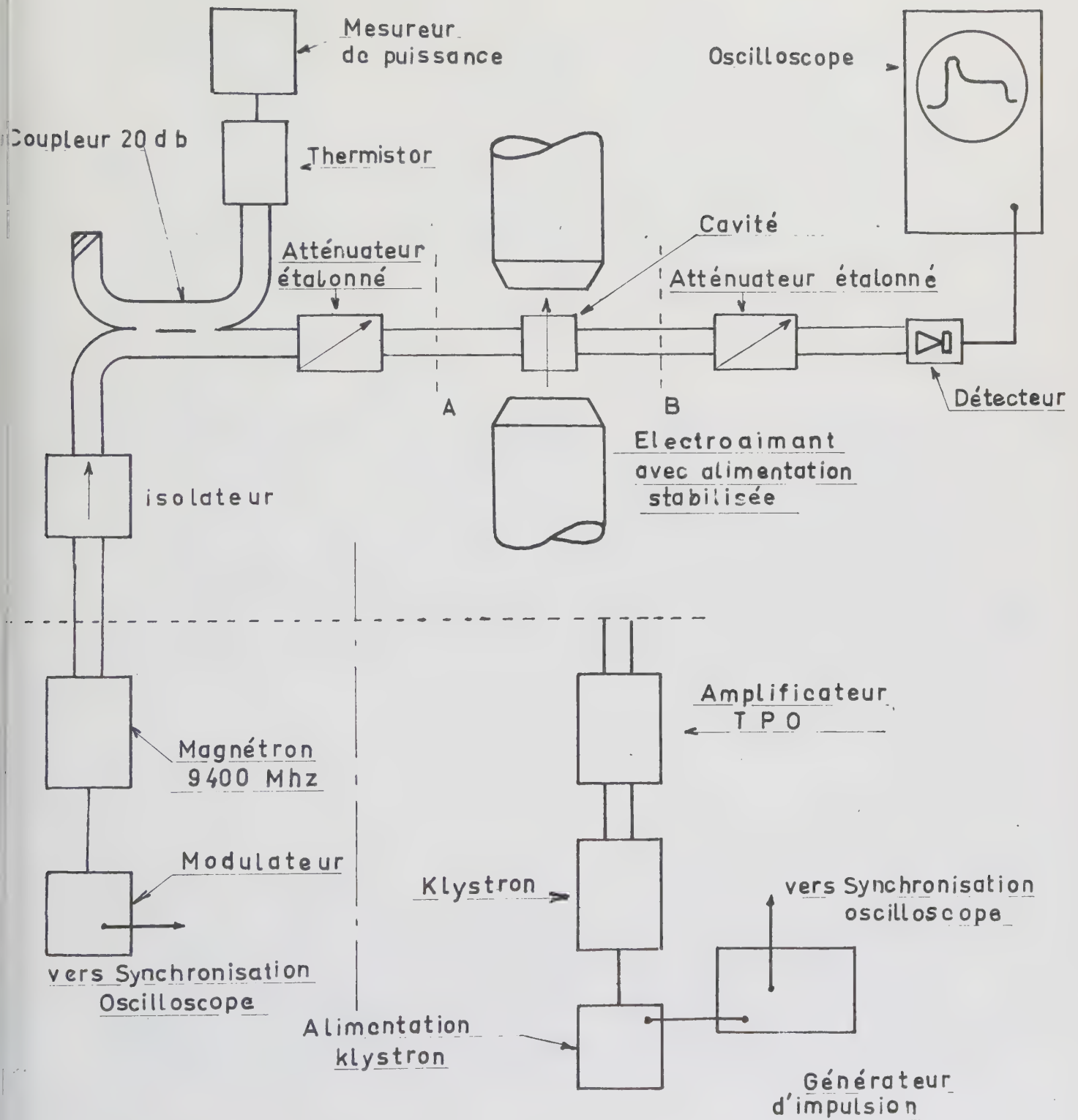


FIG.15 Schéma du Banc de mesure

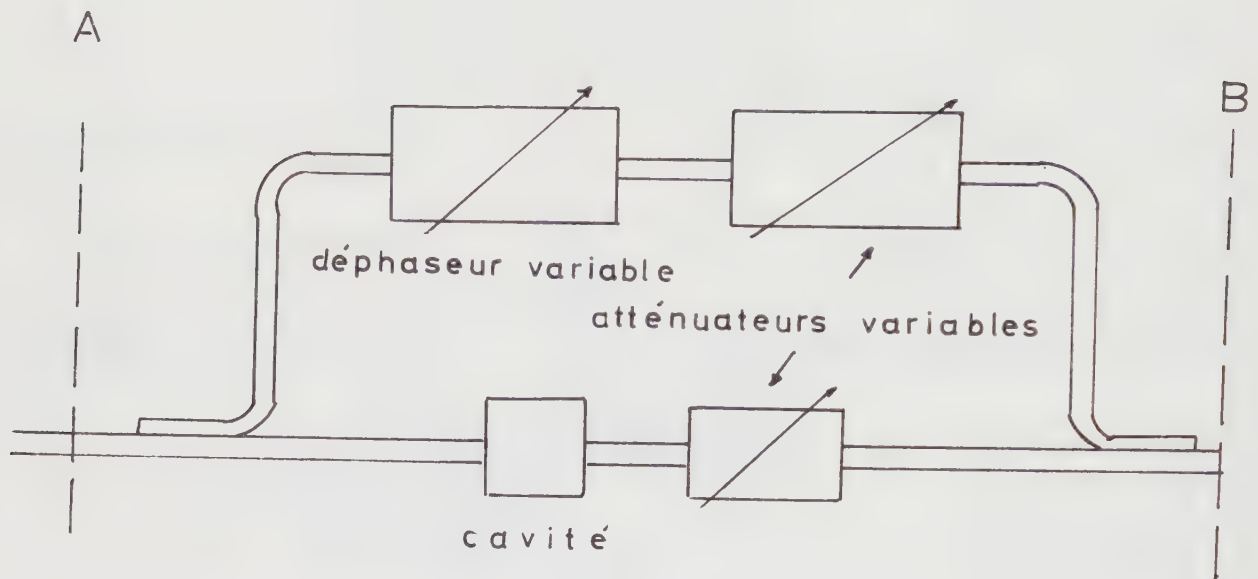


FIG. 16 Pont de mesure permettant de mesurer les variations de la transmission de la cavité (à insérer entre les points A et B du banc de la figure 15).

Les tensions détectées sont envoyées soit à un oscilloscope pour l'observation de la réponse transitoire, soit à un enregistreur (par l'intermédiaire d'un détecteur synchrone pour augmenter la sensibilité) permettant d'obtenir directement les variations de  $\chi''$  en fonction de  $H_a$ .

La cavité a été souvent placée dans le pont représenté Fig. 16 pour accroître la précision de la mesure du coefficient de transmission.

Dans l'ensemble la cavité et le dispositif expérimental décrits nous ont donné toute satisfaction. Il semble que leur adaptation à diverses mesures de non linéarité des susceptibilités magnétique ou électrique soit aisée.

## 2- RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Nous avons systématiquement étudié à la température ambiante l'absorption non linéaire d'énergie d'une sphère monocristalline de grenat d'yttrium fer en fonction de l'amplitude du champ magnétique alternatif  $h$  de fréquence 9,4GHz, appliqué parallèlement au champ magnétique continu  $H_a$ . Cette absorption correspond à la partie imaginaire de la susceptibilité magnétique longitudinale non linéaire  $\chi''_z$ . Nous rappelons qu'en prenant l'axe Oz suivant  $H_a$  la susceptibilité d'un matériau ferromagnétique aimanté est de la forme :

$$(\chi) = \begin{pmatrix} \chi' - i\chi'' & -i(\zeta' - i\zeta'') & 0 \\ i(\zeta' - i\zeta'') & \chi' - i\chi'' & 0 \\ 0 & 0 & \chi'_z - i\chi''_z \end{pmatrix}$$

On a comparé les résultats obtenus sur plusieurs sphères de diamètres différents d'un même monocristal et d'états de surface différents ayant des largeurs de raie de mode uniforme  $\Delta H_0$  différentes. La constance des résultats obtenus est une preuve du caractère intrinsèque des phénomènes en cause dans le pompage parallèle. La partie réelle  $\chi'_z$  de la susceptibilité longitudinale n'a pas ici fait l'objet d'une étude systématique. Nous nous

sommes contentés de vérifier qu'elle restait faible devant la partie imaginaire  $\chi''_z$  pour la validité de la détermination de  $\chi''_z$  (Voir Annexe B).

Nous donnons Tableau 2 les impulsions obtenues à la sortie de la cavité chargée pour différentes valeurs de  $H_a$  et  $h_o$ . Les impulsions incidentes sont fournies par un magnétron et ont une durée de  $9 \mu s$ . On en déduit le comportement transitoire de  $\chi''_z$ . Pour  $H_a$  donné quand  $h_o$  croît, le temps  $t$  d'apparition de l'absorption (largeur du pic initial ou "spike") décroît. L'étude systématique de ce temps  $t$  en fonction de  $h_o$  a été faite par Le Gall<sup>(14)</sup>. La valeur de l'amplitude stationnaire du signal en fin d'impulsion, directement reliée à la susceptibilité stationnaire  $\chi''_z$  fonction de  $h_o$  pour  $H_a$  donné, n'avait jamais été systématiquement étudiée. On trouve seulement dans la référence (22) une seule courbe de variation de  $\chi''_z$  sans que soient précisées les conditions exactes de l'expérience.

Nous donnons Fig. 17a le réseau de courbes donnant les variations de  $\chi''_z$  en fonction de  $h_o$  pour  $H_a < H_{ac}$  et Fig. 17b pour  $H_a > H_{ac}$  ( $H_{ac}$  étant le champ continu correspondant au seuil de non linéarité le plus faible, soit le minimum de la courbe papillon).

La différence de comportement de ces deux réseaux était prévisible : les ondes de spin responsables de l'absorption n'ont pas les mêmes caractéristiques dans les deux cas : pour  $H_a < H_{ac}$  le vecteur d'onde est bien déterminé et perpendiculaire à  $H_a$ , tandis que pour  $H_a > H_{ac}$  la direction de propagation n'est plus perpendiculaire à  $H_a$  et est difficile à déterminer de même que le vecteur d'onde.

Aucune absorption n'existe pour  $H_a > H_{af} = 2200 \text{ Oe}$  : on a vu que le spectre des ondes de spin était tout entier au-dessus de  $\omega_k = \omega/2$  (Fig 3).

Pour  $H_a < H_{ac}$ , l'allure générale des courbes dépend peu de  $H_a$  (en dehors de  $H_a = 100 \text{ Oe}$ , valeur particulière traitée dans le chapitre suivant) même pour des matériaux de composition différente et de largeur de raie différente. Nous allons maintenant étudier théoriquement le phénomène de la saturation de l'absorption.

$H_a = H_{ac} = 1600 \text{ Oe}$



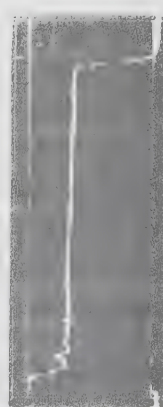
$h_c = h_c + 10db$



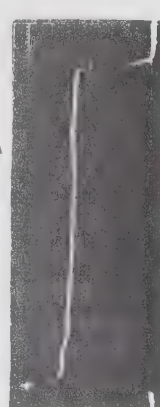
$h_c + 5db$



$h_c + 10db$



$h_c + 20db$

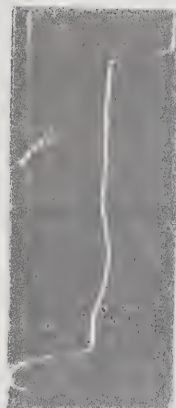


$h_c + 30db$

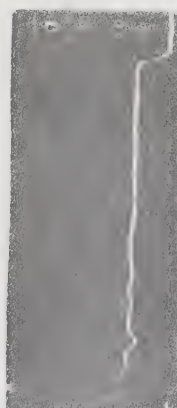
ordonnée  $\times 2$

TABLEAU N° 2

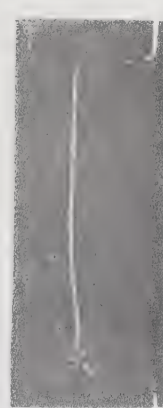
$H_a = 1200 \text{ Oe}$



$h_c + 2db$



$h_c + 10db$

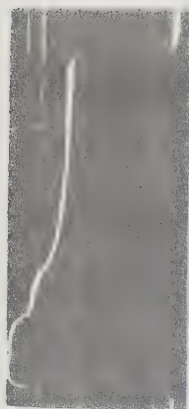


$h_c + 20db$



$h_c + 30db$

$H_a = 2000 \text{ Oe}$



$h_c + 2db$



$h_c + 10db$



$h_c + 20db$



$h_c + 30db$

Impulsions transmises par une cavité contenant un monocristal de YIG



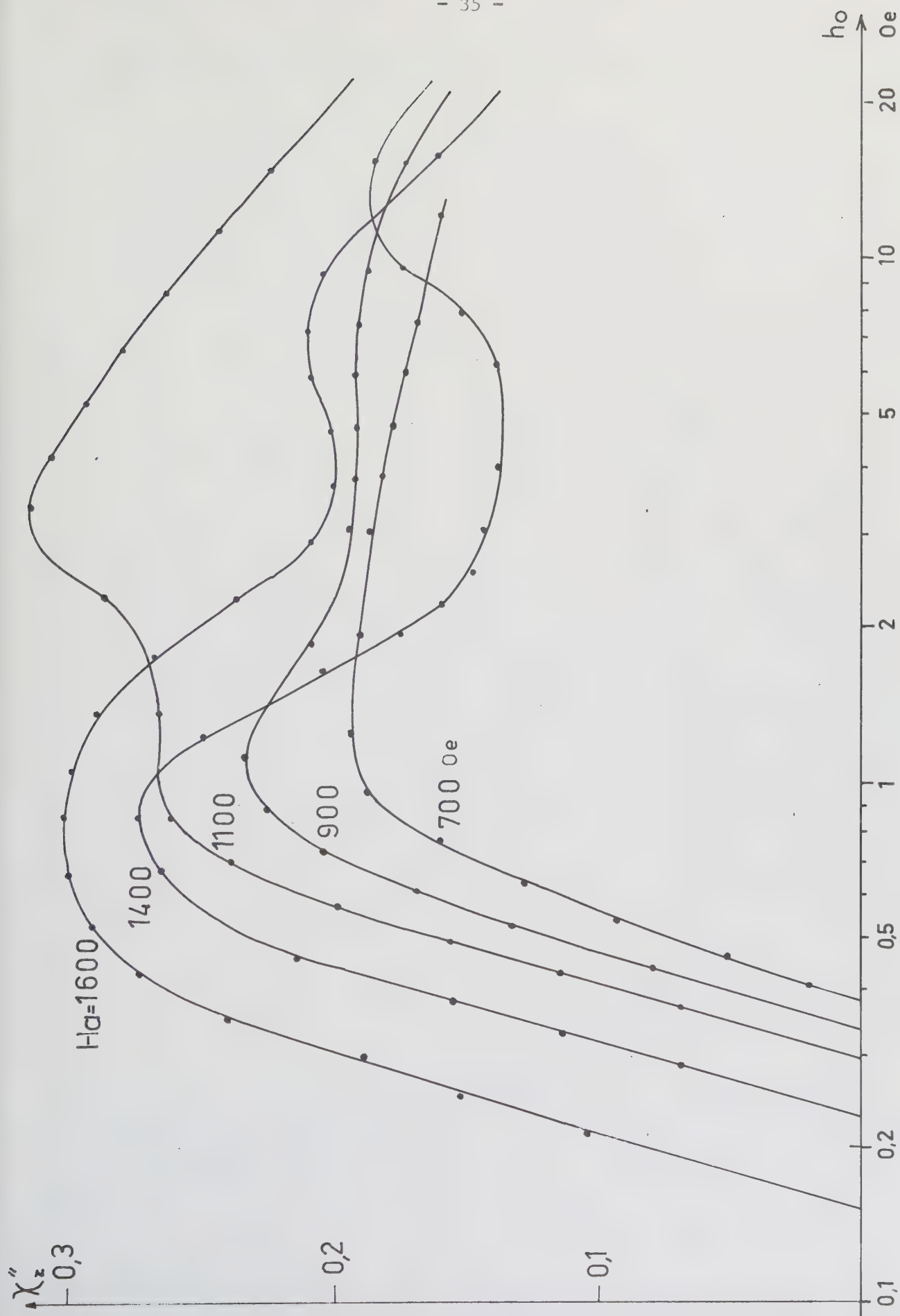


FIG.17a Susceptibilité longitudinale non linéaire d'un cristal de YIG pour  $H_a < H_{ac}$ .

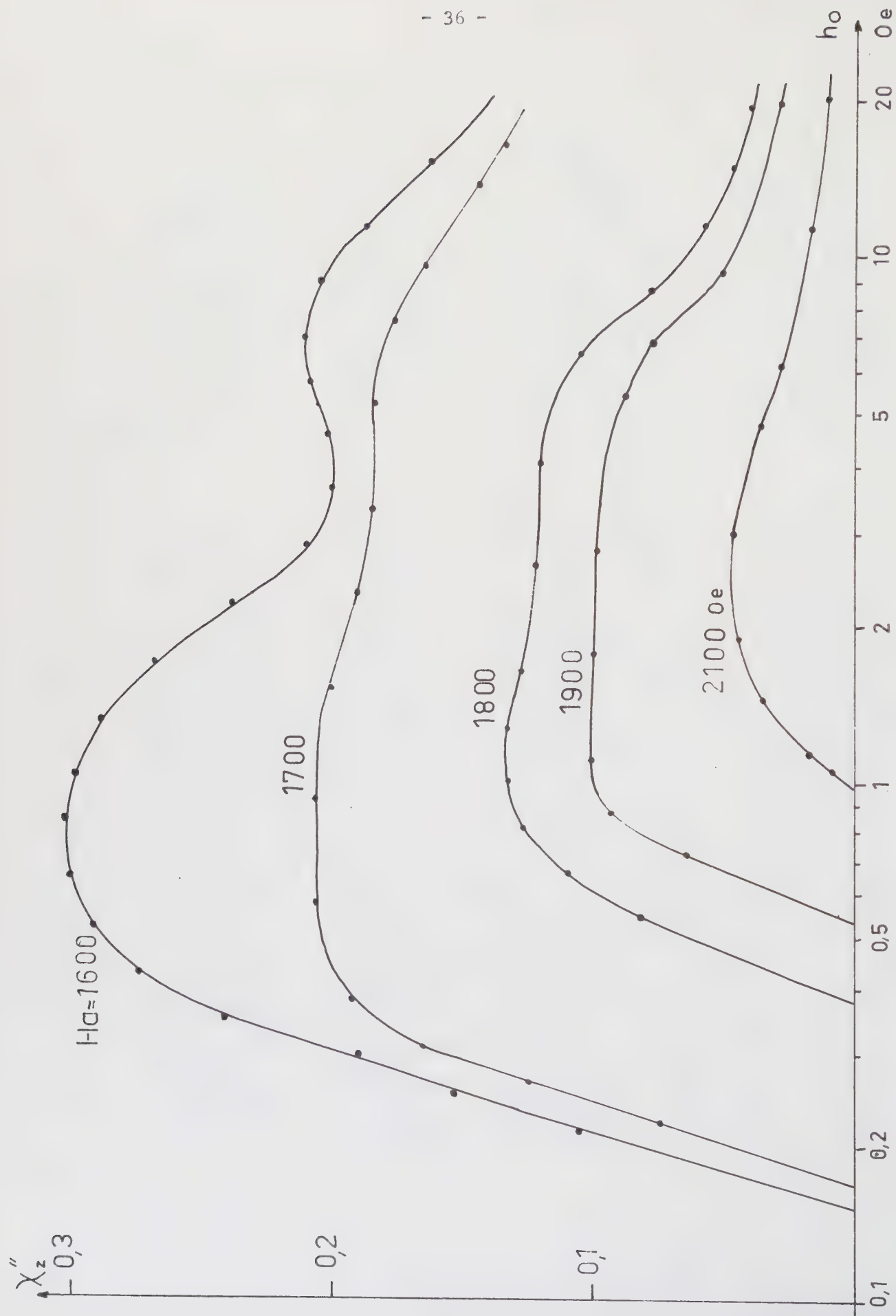


FIG.17 b Susceptibilité longitudinale non linéaire d'un cristal de YIG pour  $H_a > H_{ac}$ .

### 3- MECANISMES RESPONSABLES DE L'ABSORPTION STATIONNAIRE.

Dans le chapitre I, nous avons montré par un calcul de probabilité de transition que, si l'amplitude du champ magnétique hyperfréquence  $h_0$  est supérieur à un certain seuil critique  $h_c$ , il y a croissance exponentielle en fonction du temps du taux d'occupation  $n_k$  de l'onde de spin  $k$  de pulsation  $\omega_k = \omega/2$  ; cette croissance entraîne celle de la puissance absorbée par l'échantillon. Or cette croissance ne peut être que limitée. Nous nous proposons de déterminer les phénomènes non linéaires proprement dits qui sont responsables de cette saturation.

Le problème a trouvé une solution satisfaisante dans le cas du pompage perpendiculaire <sup>(28)</sup> où l'excitation des ondes de spin ne résulte pas de son interaction directe avec le champ électromagnétique, mais se fait par l'intermédiaire du mode uniforme. La réaction sur celui-ci de l'augmentation d'amplitude des ondes de spin suffit alors à expliquer la saturation. Dans le cas du pompage parallèle, on ne peut faire intervenir que la réaction des autres modes  $k_1, k_2 \dots$  sur le mode  $k$  directement excité par le champ hyperfréquence. Il est bien entendu que l'amplitude de ce dernier est supposée indépendante de la puissance absorbée par l'échantillon ; expérimentalement cette condition est plus ou moins bien remplie mais si l'on se reporte au début de ce chapitre, on voit que dans les résultats de mesure présentés ici, la correction nécessaire a été faite pour obtenir le champ hyperfréquence qui existe effectivement à l'emplacement de l'échantillon quand au-dessus du seuil critique, celui-ci absorbe de l'énergie.

L'interaction entre le mode  $k$  et les autres excitations du cristal (magnons et phonons) est décrit par l'opérateur de collision :

$$(III,1) \quad \frac{dn_k}{dt} = L_k(n, N)$$

traduction statistique de l'équation de mouvement de l'opérateur nombre de magnons  $\hat{n}_k$  :

$$\frac{d\hat{n}_k}{dt} = -i[\hat{n}_k, \mathcal{H}] = -i[\hat{n}_k, \mathcal{H}']$$

( $\mathcal{H}$  est l'hamiltonien total du système,  $\mathcal{H}'$  comprend les termes d'ordre supérieur à 2 en  $c_k$  et  $c_k^+$  : Voir chapitre I).

Si  $n_k$  diffère peu de la valeur à l'équilibre thermique  $n_k^0$  la formule (III,1) permet de définir le taux de relaxation thermique  $\eta_k$  du mode  $k$

$$(III,2) \quad \frac{dn_k}{dt} = L_k(n, N) = -\eta_k (n_k - n_k^0)$$

Par exemple dans le chapitre II, nous avons traité la contribution apportée par  $\mathcal{H}_3$  à  $\eta_k$ . Une description complète de l'intégrale de collision et une détermination des diverses contributions au taux de relaxation du moment magnétique sont données par Akhiezer <sup>(1)</sup>.

Si maintenant le système de spin est en interaction avec un champ magnétique alternatif, il faut ajouter au second membre de (III,1) le terme  $\alpha_k n_k$  (Voir formule (I,6) ), correspondant à  $\mathcal{H}_{int}$  :

$$(III,3) \quad \frac{dn_k}{dt} = \alpha_k n_k + L_k(n, N)$$

Dès qu'une absorption apparaît,  $n_k$  est très supérieur à  $n_k^0$ . On ne peut plus a priori supposer que les populations des magnons ou phonons en interaction directe avec le mode  $k$  d'onde de spin excité paramétriquement, sont à l'équilibre thermique. L'équation (III,2) n'est pas valable,  $L_k(n, N)$  ne se simplifie pas en taux de relaxation et au-dessus du seuil critique la formule (III,3) ne se résout pas en la formule (I,6) qui a servi à déterminer le seuil critique. Pour l'état stationnaire, la formule (III,3) s'écrit :

$$(III,4) \quad \alpha_k n_k^{st} + L(n^{st}, N^{st}) = 0$$

La résolution exacte de (III,4) est impossible. Dans tous les problèmes où intervient l'intégrale de collision, on doit utiliser des hypothèses simpli-

ficatrices, mais il est tout de même intéressant de poser exactement le problème avant d'étudier deux approximations proposées jusqu'ici pour expliquer les variations de l'absorption stationnaire.

Schlömann <sup>(22)</sup> attribue simplement une température uniforme et supérieure à la température de réseau aux modes qui sont en interaction avec celui directement excité. Il en résulte une augmentation du taux de relaxation apparent  $\eta'_k$

$$\eta'_k = \eta_k \left( 1 + \frac{\Delta T}{T} \right)$$

L'état stationnaire est atteint quand  $\alpha_k = \eta'_k$ . On obtient à partir de cette hypothèse :

$$\chi''_z = C \left( \frac{h_c}{h_o} \right)^2 \left( \frac{h_o}{h_c} - 1 \right)$$

C = constante reliée au taux de relaxation moyen et à la capacité calorifique des modes en interaction directe avec le mode excité.

Cette variation théorique de  $\chi''_z$  a été comparée sur la figure 18 avec une courbe expérimentale en ajustant la constante C pour obtenir la même pente initiale. Si les allures des courbes sont semblables, néanmoins, après la partie initiale linéaire, l'absorption observée expérimentalement atteint un maximum plus élevé et pour  $h_o$  grand est très supérieure à celle prévue par cette théorie.

On ne peut s'attendre à un accord beaucoup plus satisfaisant étant donné l'hypothèse simplificatrice adoptée ici. En effet, si le taux de relaxation de tous les modes considérés sont du même ordre de grandeur que celui du mode k excité, l'égalisation de température pour ces modes n'a pas le temps de se produire et on ne peut considérer une température uniforme. Celle-ci ne peut être envisagée que s'il existe un type de relaxation plus rapide pour redistribuer les populations.

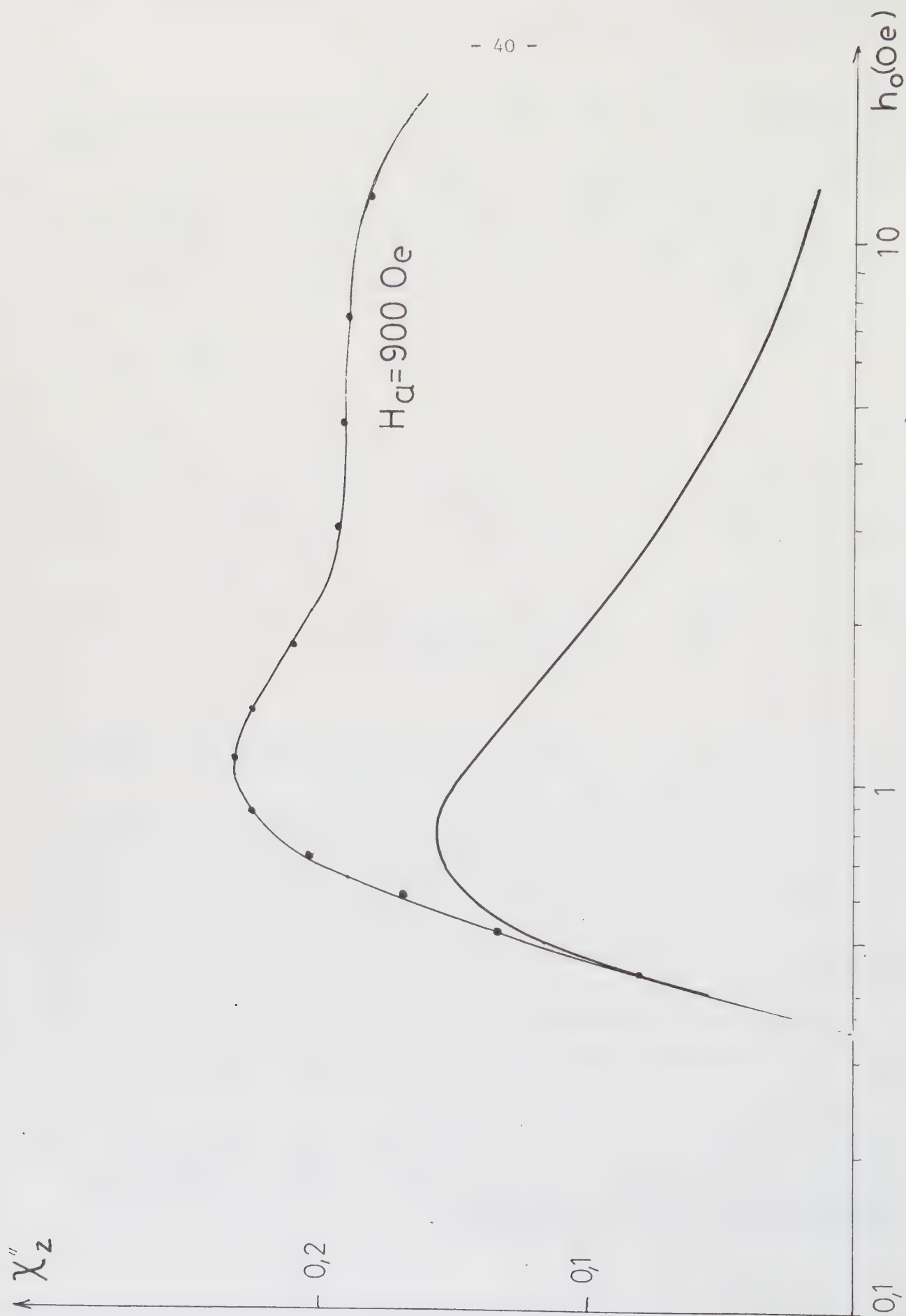


FIG. 18

Dans la référence 1, il est montré que seule l'interaction à 4 magnons correspondant à l'énergie d'échange, peut jouer ce rôle. Or cette interaction du type 2-2 conserve le nombre total de magnons. S'il s'établit par ce moyen une distribution de Bose, elle doit contenir le terme de potentiel chimique  $\mathcal{J}$  :

$$n_k = \left( \frac{\varepsilon_k - \mathcal{J}}{T + \Delta T} - 1 \right)^{-1}$$

Un calcul approché plus satisfaisant gardant l'hypothèse de la température uniforme serait obtenu en tenant compte de ce potentiel chimique, mais le calcul se complique déjà beaucoup et il est peu probable qu'il conduise à un résultat satisfaisant.

Le deuxième type de nonlinéarité envisagé pour limiter la croissance de la puissance absorbée, est dû à Suhl <sup>(7)</sup>. Ici l'accroissement de  $\nu_k$  provient de l'existence, dans l'opérateur de collision, de termes contenant non plus un seul magnon paramétrique  $k$ , mais plusieurs. Comme le taux d'occupation de ces magnons est supérieur au niveau thermique et fonction de l'énergie absorbée, il s'ensuit une augmentation du taux de relaxation en fonction de la puissance absorbée. Le calcul approché des susceptibilités obtenues par ce mécanisme fournit un résultat d'un ou deux ordres de grandeur trop faible. Par contre il est montré que ces interactions ne peuvent exister que dans des domaines très précis de champ magnétique continu appliqué  $H_a$ . L'étude théorique de ces conditions d'existence est en accord avec des variations brusques de susceptibilité en fonction de  $H_a$  observées expérimentalement. C'est l'objet du chapitre suivant.

# CHAPITRE IV

## INTERACTIONS SELECTIVES, DE MAGNONS PARAMETRIQUES.

### INTERACTION MAGNON-PHONON

Dans le chapitre précédent, nous avons donné les variations de  $\chi''_z$  en fonction de  $h_0$ , représentant la non linéarité proprement dite de  $\chi''_z$ . Ici les courbes figurant les variations de  $\chi''_z$  en fonction de  $H_a$  pour diverses valeurs fixées de  $h_0$  supérieures à  $h_c$  vont nous permettre d'obtenir des précisions sur les ondes de spin excitées et de démontrer l'existence de divers mécanismes de relaxation. Nous trouvons dans la littérature de telles courbes <sup>(8)</sup>, mais le domaine restreint et leur précision insuffisante n'ont permis de mettre en évidence que la fusion de deux magnons paramétriques.

Les résultats de l'enregistrement, en fonction de  $H_a$ , de la puissance transmise par la cavité qui est reliée très simplement à  $\chi''_z$  sont reproduits sur la figure 19. L'allure générale des courbes est une courbe de seuil critique renversée, ce à quoi l'on devait s'attendre :  $h_0$  restant constant, la différence  $\alpha_k - \gamma_k$  qui détermine le taux d'excitation des ondes de spin (formule 16) varie à l'opposé de  $\gamma_k$  représenté à un facteur près par  $h_c$ , le seuil critique de nonlinéarité. Toutes les courbes présentent une chute rapide au-dessous de  $H_a = H_{ad} = 600$  Oe, ce champ est égal au champ démagnétisant de la sphère  $4\pi M/3$  et pour les valeurs inférieures, l'échantillon n'est plus saturé.

Quand  $h_0$  croît,  $H_{ac}$  correspond à un maximum de moins en moins aigu et à partir d'une certaine valeur de  $h_0$  ce maximum est même déplacé vers une valeur  $H_a = H_{ph}$ . L'interaction directe magnon-phonon est responsable de ce fait et sera traitée dans la section 3 de ce chapitre.

On observe sur ces courbes pour  $H_a = H_{4M}$  une remontée brusque de  $P_t$ . Dans la section 1, nous montrerons que des intersections sélectives du type fusion de trois magnons paramétriques sont responsables de cette remontée de même que la fusion de deux magnons paramétriques explique très bien sur les trois dernières courbes le maximum progressivement plus prononcé quand  $h_a$  croît, pour  $H_a = H_{3M}$ . Ce maximum est très évident sur la figure 20 où sont

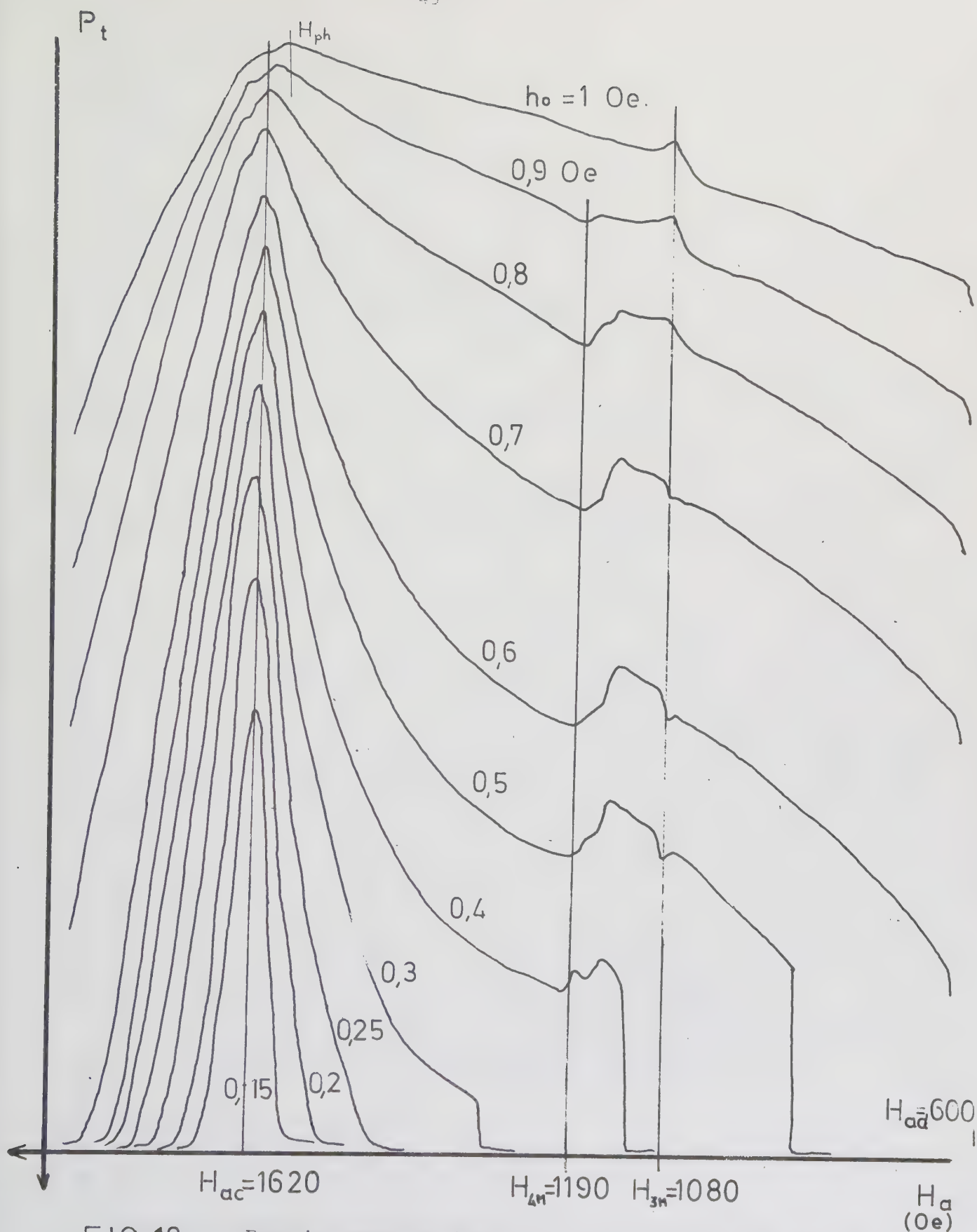


FIG.19 Enregistrement en fonction du champ continu appliqué  $H_a$ , de la puissance transmise mettant en évidence la fusion de deux et trois magnons ( $H_{3m}$  et  $H_{4m}$ )

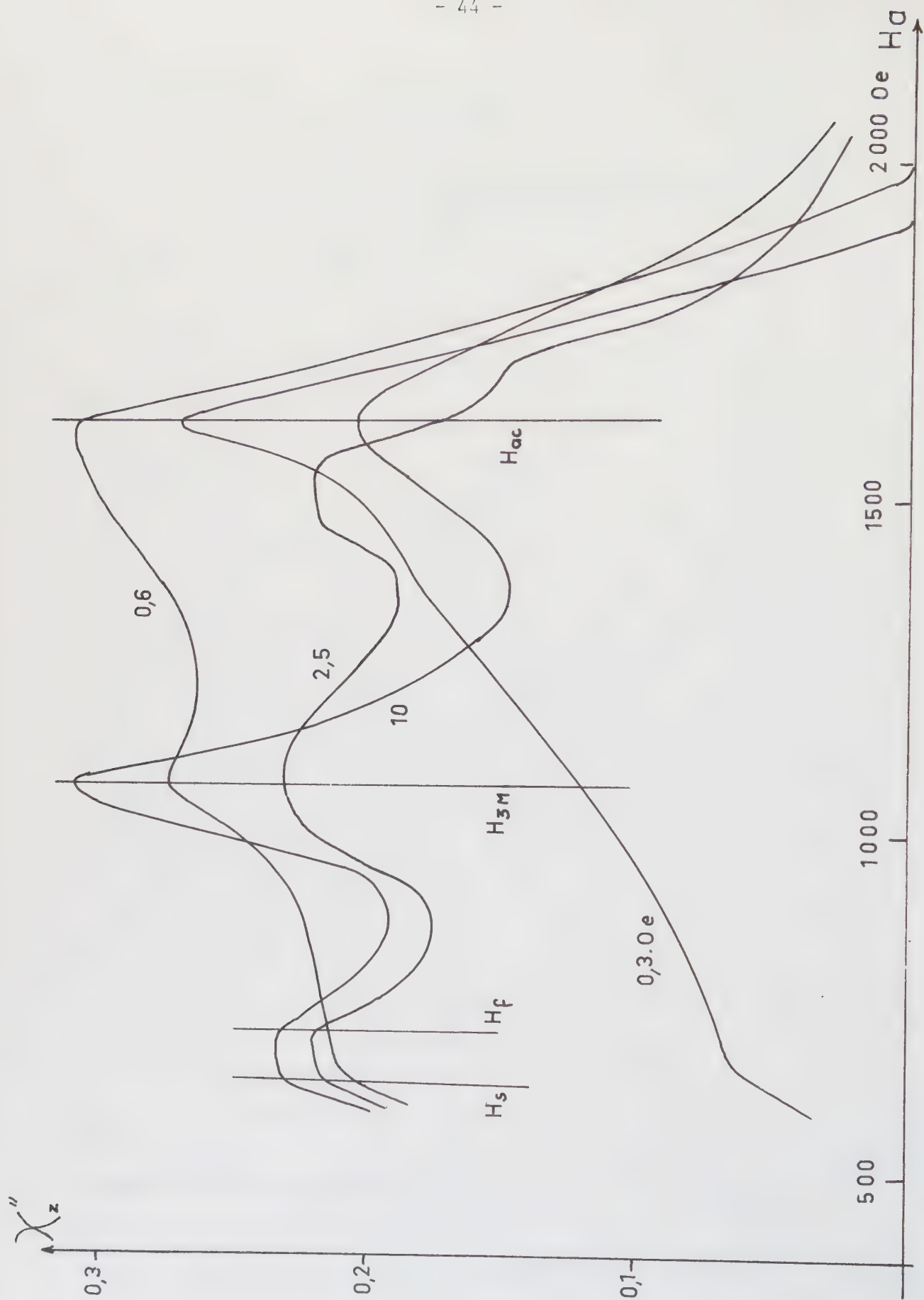


FIG. 20 Variation de la susceptibilité longitudinale  $\chi_z''$  en fonction de  $H_a$ .

représentées les variations de  $\chi''_z$  en fonction de  $H_a$  pour les valeurs de  $h_0$  élevées. Ces courbes sont déduites des mesures précises de  $\chi''_z$  et ont été confirmées par un enregistrement direct.

Sur ce dernier réseau de courbes, on remarque une remontée de  $\chi''_z$  pour une valeur  $H_a = H_f$  proche du champ  $H_s$  de désaturation. Ce maximum observé antérieurement <sup>(8)</sup> a n'avait pas été expliqué. L'interaction à trois magnons du type fission étudiée dans la section 2 et dont les conditions d'existence sont très restrictives, rend très bien compte de ce phénomène.

### 1- INTERACTION A TROIS MAGNONS DONT DEUX PARAMETRIQUES.

Dans le chapitre II nous avons déterminé la contribution de  $\mathcal{H}_3$  au taux de relaxation  $\eta_k$  d'un magnon  $k$  paramétrique (formule II,3).

$$(IV,1) \quad \eta_k^c = \frac{2\pi}{\hbar^2} \sum_{k'} |2\Gamma|^2 (n_{k'} - n_{k+k'}) \delta(\omega_k + \omega_{k'} - \omega_{k+k'})$$

Pour les taux d'occupation  $n_k$ , nous avons pris les valeurs thermiques  $n_k^0$ . Si parmi les modes  $k'$  de la somme, certains sont des magnons excités paramétriquement, leur taux d'occupation est très supérieur à la valeur thermique. Si l'on tient compte de cette augmentation de  $n_k$ , pour certains modes de la somme,  $\eta_k$  dépendra de  $n_k$  donc de  $\chi''$  (c'est le deuxième mécanisme de non linéarité expliqué par Gottlieb et Suhl <sup>(7)</sup> et cité à la fin du chapitre précédent). Nous avons repris le calcul de Suhl quant aux conditions d'existence des interactions en question <sup>(15)</sup>.

L'argument de la fonction de Dirac dans la formule (IV,1) doit être annulé pour  $k$  et  $k'$  paramétriques, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} |\vec{k}| &= |\vec{k}'| \\ \sin \theta_k &= \sin \theta_{k'} = \sin \theta_{k+k'} = \frac{\pi}{2} \\ \omega_k &= \omega_{k'} = \frac{\omega}{2} \end{aligned}$$

Ecrivons les relations de dispersion pour les magnons  $k$  et  $k+k'$  :

$$Dk^2 = - (H_i + 2\pi M) + \left[ (2\pi M)^2 + \left( \frac{\omega}{2\gamma} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$D|\vec{k} + \vec{k}'|^2 = Dk^2 [2 + 2 \cos(\varphi_k - \varphi_{k'})] =$$

$$= - (H_i + 2\pi M) + \left[ (2\pi M)^2 + \left( \frac{\omega}{\gamma} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Ces deux relations jointes à la condition  $|\cos(\varphi_k - \varphi_{k'})| \leq 1$  impose:

$$(IV,2) \quad H_i \leq H_{3M}^i = -2\pi M + \frac{4}{3} \left[ (2\pi M)^2 + \left( \frac{\omega}{2\gamma} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \left[ (2\pi M)^2 + \left( \frac{\omega}{\gamma} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

L'interprétation graphique est donnée (Fig. 21a) : sur la courbe de dispersion en trait plein correspondant à  $H_a = H_{3M}$  se placent exactement les points  $k_1, \omega_k, k_2 = 2k_1, 2\omega_k$  autorisant l'interaction représentée (Fig. 21 b), pour  $H_a < H_{3M}$  (courbe pointillée), le point d'ordonnée  $2\omega_k$  a une abscisse  $k_2' < 2k_1'$  pouvant être obtenu par la somme de 2 vecteurs faisant entre eux un angle  $2\varphi_{k_1'}$  (Fig. 21 c), pour  $H_a > H_{3M}$  (courbe trait tiré)  $k_2''$  qui est supérieur à  $2k_1''$  ne peut être obtenu par la somme de deux vecteurs de module  $k_1''$ .

L'application numérique pour  $\frac{\omega}{2\pi} = 9\,400$  MHz et  $4\pi M = 1\,800$  Oe donne  $H_{3M}^i = 460$  Oe soit  $H_{3M} = 1\,080$  Oe. Nous remarquons sur les différentes courbes expérimentales (Fig. 19, 20), quelque soit la valeur de  $h_0$ , une variation rapide de  $\chi''$  pour cette valeur de  $H_a$ .

Remarque : Gottlieb et Suhl ont négligé la contribution dipolaire dans la relation de dispersion et obtenu  $H_{3M}^i = \omega / 3\gamma$  soit pour  $f = 9\,400$  MHz,  $H_{3M}^i = 1\,700$  Oe.

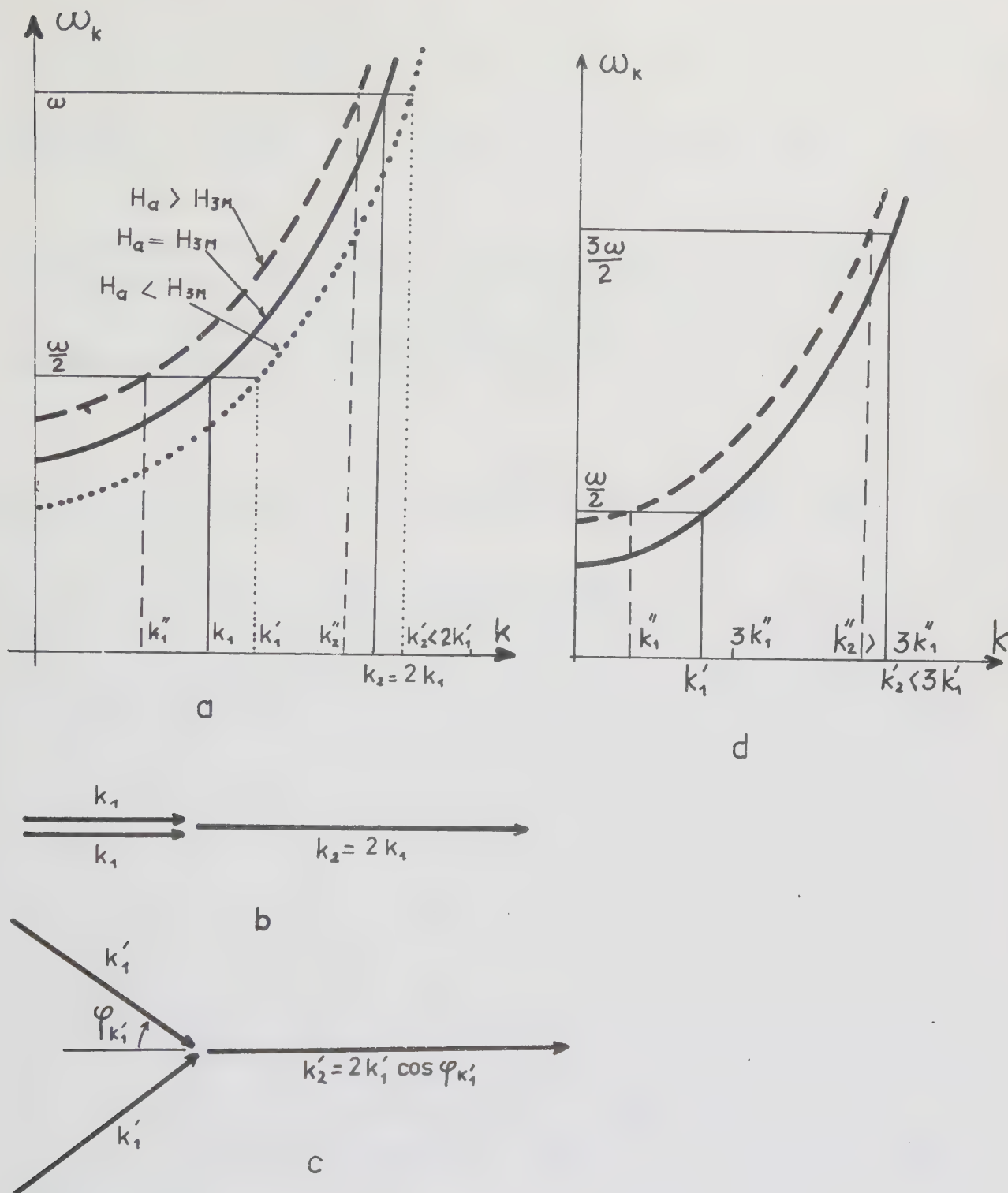


FIG. 21 Conditions restrictives d'existence de la fusion de deux et trois magnons paramétriques.

## 2- INTERACTION A QUATRE MAGNONS DONT TROIS PARAMETRIQUES.

Comme pour les interactions sélectives à 3 magnons du chapitre précédent, peuvent avoir lieu des interactions à 4 magnons dont 3 sont paramétriques.

Les interactions à 4 magnons s'obtiennent à partir du terme de l'hamiltonien du 4ème ordre en opérateurs création et destruction  $\mathcal{H}_4$ .

La contribution au temps de relaxation de la partie de  $\mathcal{H}_4$  relative à l'énergie dipolaire et correspondant à la fusion de trois magnons  $k_1 k_2 k_3$  s'écrit :

$$\eta_{k_1}^4 = \frac{2\pi}{\hbar^2} \sum_{2,3,4} |6 \Phi_{1234}|^2 [(\eta_1+1)(\eta_2+1)(\eta_3+1)\eta_4 - \eta_1\eta_2\eta_3(\eta_4+1)] \\ \times \delta(\omega_4 - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \Delta(\vec{k}_4 - \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3)$$

$\Phi_{1234}$  étant le terme correspondant à  $D_{k k' k'' k'''}$  de l'annexe A (formule A 6) après la 3ème transformation.

(Nous n'avons pas écrit la contribution du terme d'échange car étant du type 2-2 si 3 magnons sont paramétriques le quatrième l'est aussi et la probabilité correspondante est nulle).

Pour les puissances de pompage faible inférieures au seuil critique les taux d'occupation  $n_2 n_3 n_4$  ont les valeurs thermiques  $n_2^0 n_3^0 n_4^0$ . Mais comme dans le cas précédent au-dessus du seuil en plus de  $k_1$  les magnons  $k_2$  et  $k_3$  sont aussi des magnons excités paramétriquement, atteignant ainsi des taux d'occupation très supérieurs au niveau thermique,  $\eta_k^4$  dépend alors du nombre de magnons excitée, donc de la puissance absorbée.

Par un raisonnement identique à celui fait pour la fusion de 2 magnons paramétriques, l'hypothèse de 3 magnons paramétriques jointe à la relation de dispersion donne :

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \frac{\omega}{2}$$

La relation  $|k_1 + k_2 + k_3|^2 \ll k_1^2 + k_2^2 + k_3^2$

impose :

$$(IV,3) \quad H_i \ll H_4^i = -2\pi M + \frac{9}{8} \left[ (2\pi M)^2 + \left( \frac{\omega}{2\gamma} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{8} \left[ (2\pi M)^2 + \left( \frac{3\omega}{2\gamma} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

L'application numérique à notre cas fournit :

$$H_4^i = 580 \text{ Oe, soit } H_{4M} = 1\,180 \text{ Oe}$$

Gottlieb et Suhl obtiennent en négligeant l'énergie dipolaire  $H'_{4M} = 1\,830 \text{ Oe}$ .

Une interprétation graphique identique à celle donnée pour la fusion de deux magnons paramétriques est représentée (Fig. 21d). Nous avons porté sur le réseau de courbes de la figure 19 la valeur  $H_{4M} = 1\,190 \text{ Oe}$ . Une discontinuité de pente de  $\chi''(H_a)$  est très nette pour cette valeur. C'est la première fois qu'est mise en évidence la fusion de 3 magnons paramétriques sur les courbes de susceptibilité longitudinales.

Remarques :

1°) Les calculs de Suhl négligeant l'énergie dipolaire correspondraient au cas de magnons se propageant parallèlement à Oz ( $\theta_k = 0$ ). Les résultats très différents qu'il obtient montrent que les valeurs  $H_{3M}$  et  $H_{4M}$  varient rapidement avec l'angle  $\theta_k$ . L'accord des résultats expérimentaux avec nos valeurs calculées pour  $\theta_k = \pi/2$  est une vérification supplémentaire de l'hypothèse suivant laquelle les magnons paramétriques excités en pompage parallèle pour  $H_a < H_{ac}$  se propagent perpendiculairement à Oz.

2°) Dans les calculs de variation de  $\eta_k$  en fonction de la puissance absorbée mettant en oeuvre les processus d'interaction ci-dessus <sup>(7)</sup>, la dépendance angulaire des coefficients  $C_{k k' k''}$  et  $D_{k k' k'' k'''} (Formules A5, A6)$  est négligée. Or on s'aperçoit que  $C_{k k' k''}$  est nul pour  $\theta_k = \theta_{k'} = \pi/2$ , tandis que  $D_{k k' k'' k'''}$  est maximum pour  $\theta_k = \theta_{k'} = \theta_{k''} = \pi/2$ . Quand  $h_o$  dépasse peu le seuil critique  $h_c$ , seuls des magnons de  $\theta_k = \pi/2$  sont excités en pompage parallèle et contribuent à l'absorption. La fusion de 3 magnons

paramétriques régie par D a donc une probabilité non nulle tandis que la fusion de 2 magnons régie par le terme C a une probabilité nulle au seuil. Par contre, quand  $h_0$  dépasse largement le seuil critique, des magnons de  $\theta_k \neq \pi/2$  sont excités et la fusion de 2 magnons paramétriques prend progressivement de l'importance, et comme le coefficient C est d'un ordre de grandeur plus élevé que D, pour les puissances très élevées, c'est la fusion de deux magnons qui l'emporte. Les deux réseaux de courbes de  $\chi''(H_a)$  (Fig. 19 et 20) traduisent bien cette variation d'importance relative de  $H_{3M}$  et  $H_{4M}$  en fonction de  $h_0$ . Dans la référence (13) est proposée au voisinage de  $H_{3M}$  la forme théorique de  $\chi''(H_a)$  suivante :

$$\chi''(H_a) = 1,7 (H_a - H_{3M})^{-1}$$

qui représente assez bien l'allure des courbes au voisinage de  $H_{3M}$  pour  $h_0$  élevé (Fig. 20).

### 3- FISSION D'UN MAGNON PARAMETRIQUE.

Nous n'avons pas tenu compte jusqu'ici des interactions à 3 magnons type fission (ou splitting). Etudions de plus près les conditions d'existence de ce type d'interaction <sup>(16)</sup>. Il est déterminé par la partie  $\mathcal{H}_3$  de l'hamiltonien (formule 4a) et la probabilité de fission d'un magnon paramétrique k est donnée par une formule analogue à celle de la fusion (II,2) :

$$\frac{dn_k}{dt} = -\frac{2\pi}{\hbar^2} \sum_{k'} \frac{1}{2} |2\Gamma_{k,k',k-k'}|^2 (n_{k'}^0 + n_{k-k'}^0 + 1)(n_k - n_k^0) \delta(\omega_k - \omega_{k'} - \omega_{k-k'})$$

d'où la contribution au taux de relaxation d'un magnon k dû à sa fission en deux magnons thermiques :

$$\gamma_k^s = \frac{\pi}{\hbar^2} |2\Gamma|^2 (n_{k'}^0 + n_{k-k'}^0 + 1) \delta(\omega_k - \omega_{k'} - \omega_{k-k'})$$

Examinons le cas suivant (après Schlömann <sup>(23)</sup>) :  $k_1$  est un magnon excité en pompage parallèle pour  $H_1 \simeq H_{ac}$  soit :

$$(IV,4) \quad k_1 = 0 \quad ; \quad \theta_{k_1} = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \omega_{k_1} = \frac{\omega}{2} = \gamma [H_i (H_i + 4\pi M)]^{\frac{1}{2}}$$

Les lois de conservation des moments et des énergies :

$$k_1 = k_2 + k_3$$

$$\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2 + \hbar\omega_3$$

donnent :

$$k_2 = -k_3$$

$$\hbar\omega_2 = \hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 / 2$$

$\hbar\omega_2$  doit être supérieur à l'énergie des magnons de plus faible énergie satisfaisant à la relation de dispersion c'est-à-dire les magnons tels que  $k = 0 \quad \theta_k = 0$

$$(IV,4) \quad \frac{\hbar\omega_1}{2} > \hbar\omega_{\min} = \mu H_i$$

Les relations (IV,3) et (IV,4) imposent :

$$\frac{1}{2} [H_i (H_i + 4\pi M)]^{\frac{1}{2}} \gg H_i$$

$$\text{soit :} \quad (IV,5) \quad \frac{\omega_1}{\gamma} \ll \frac{8\pi M}{3}$$

L'interprétation graphique est donnée Fig. 22. En A l'énergie ne peut être conservée car il n'y a pas de magnons d'énergie  $\hbar\omega_1/2$  résultant de la fission du magnon  $k_1$  ; en B le champ interne  $H_i$  est plus faible et il y a des magnons

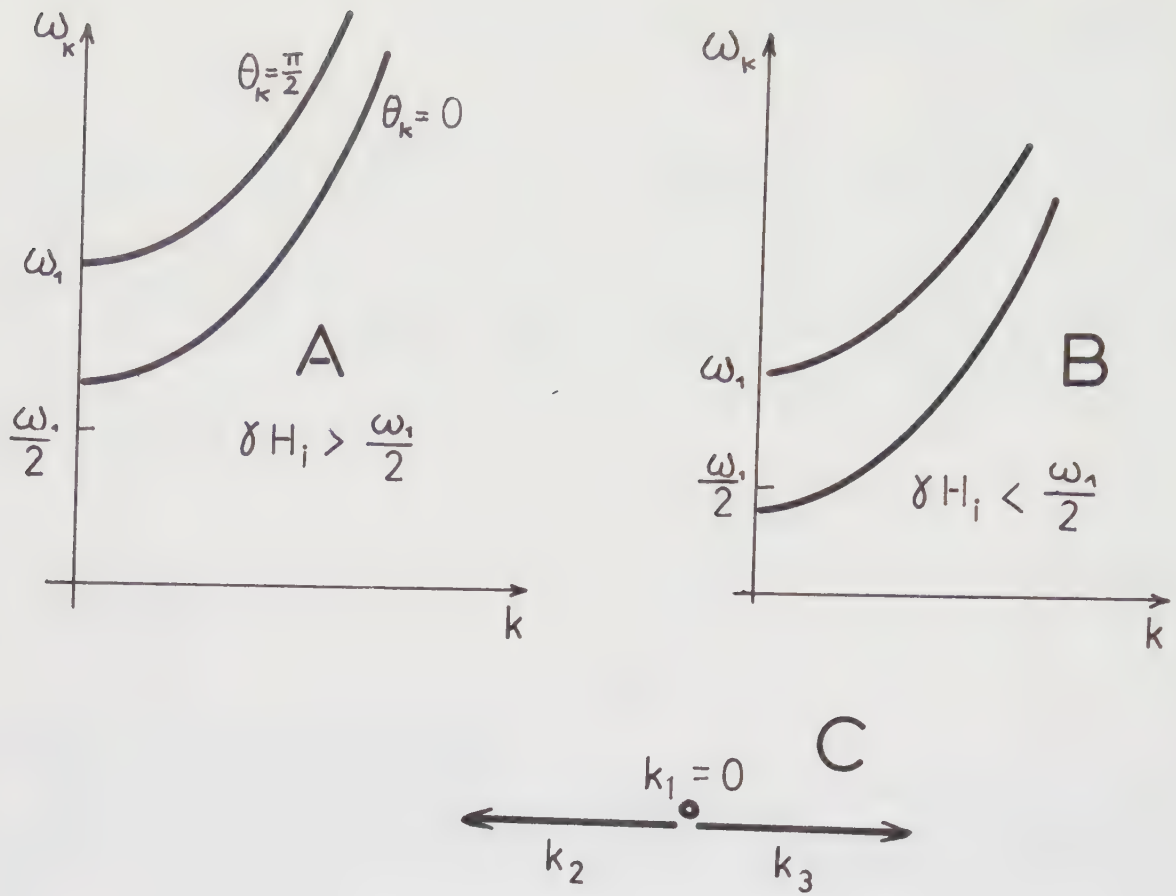


FIG. 22 Fission d'un magnon  $k_1=0$ .

$k_2$   $k_3$  d'énergie  $\hbar\omega_1/2$  ; en 0 sont représentés les vecteurs d'ondes  $k_1$   $k_2$   $k_3$  des magnons en interaction.

Pour le grenat d'yttrium  $4 \pi M = 1\ 800$  Oe :

$$\omega_1 = \frac{\omega}{2} = \gamma \frac{8\pi M}{3} = 2\pi \cdot 3,4 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

correspond à une fréquence de pompe de 6 800 MHz.

Ainsi dans notre cas à 9 400 MHz, la condition (IV,5) n'est pas remplie ; il n'y a aucune contribution d'interaction type fission à la relaxation des magnons  $k = 0$ .

Nous avons recherché systématiquement les conditions d'existence de la fission des magnons  $k_1$  se propageant perpendiculairement à  $H_a$ , en fonction de  $\omega_1$  et  $H_i$ . Cette détermination n'avait pas jusqu'ici été faite.

Nous devons satisfaire pour les magnons  $k_1$   $k_2$   $k_3$  les lois de conservation des moments et des énergies en même temps que la relation de dispersion, soit :

$$\vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3$$

$$\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2 + \hbar\omega_3$$

$$(IV,6) \quad \left(\frac{\omega_1}{\gamma}\right)^2 = (H_i + Dk_1^2)(H_i + Dk_1^2 + 4\pi M)$$

$$\left(\frac{\omega_2}{\gamma}\right)^2 = (H_i + Dk_2^2)(H_i + Dk_2^2 + 4\pi M \sin^2 \theta_{k_2})$$

$$\left(\frac{\omega_3}{\gamma}\right)^2 = (H_i + Dk_3^2)(H_i + Dk_3^2 + 4\pi M \sin^2 \theta_{k_3})$$

Une interprétation graphique simplifiée de ces conditions est donnée (Fig. 23). Les deux membres de l'équation en  $k_2$  obtenue en éliminant les autres inconnues du système (IV,6)

$$\omega(\vec{k}_2) = \omega(\vec{k}_1) - \omega(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$$

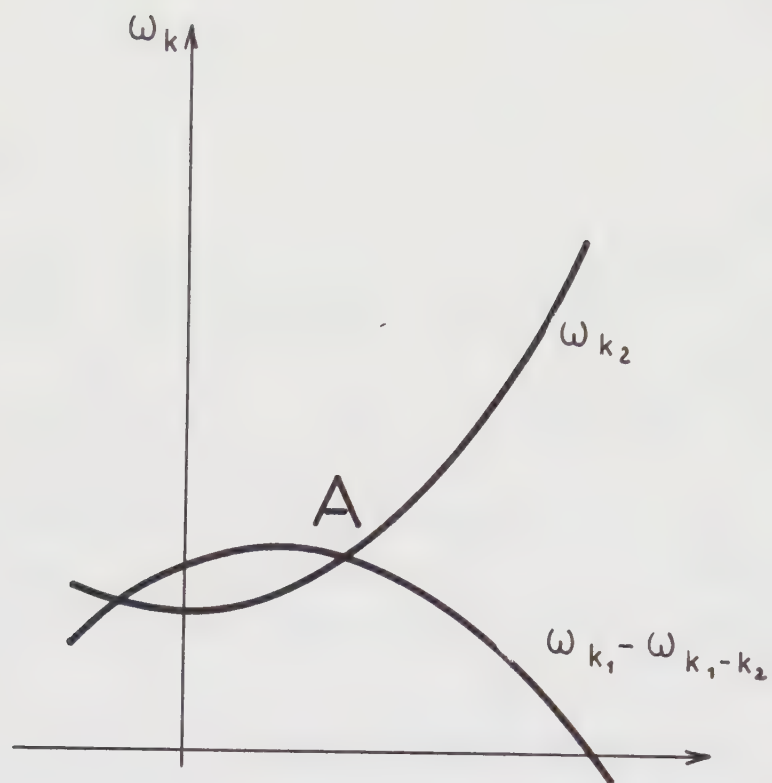


FIG.23 Au point A la fission d'un magnon  $k_1$  est possible.

sont représentés en fonction de  $k_2$  (pour  $k_1, \omega_1$  fixés). L'interaction des deux paraboles, si elle existe, détermine les ondes de spin  $k_2$  susceptibles d'interagir avec  $k_1$ .

La résolution exacte de (N6) nécessite l'utilisation d'une calculatrice. Le résultat donnant les conditions d'existence de solutions pour  $\omega_1$  et  $H_i$  donnés, est représenté figure 24. On observe deux zones : une zone A qui n'existe que pour  $\omega_1 / \omega_M < 2/3$  soit  $\frac{\omega_1}{\gamma} < 8\pi M/3$  et qui correspond à la fission des magnons de vecteur d'onde  $k_1$  voisin de 0 (cas approché plus haut), une zone B qui existe toujours et qui correspond à la fission des magnons de vecteur d'onde  $k_1$  grand. Pour  $\omega_1 / \gamma > 8\pi M/3$ , elle subsiste seule. Sa largeur croît quand  $\omega_1$  croît. A la limite de la zone B la configuration des vecteurs d'onde  $k_1, k_2, k_3$  est la suivante : les trois vecteurs sont dans un même plan azimutal  $\varphi_{k_1} = \varphi_{k_2} = \varphi_{k_3}$  et  $k_2 = k_3, \theta_{k_2} = \pi - \theta_{k_3}$ . Quand on s'écarte du bord de zone, l'interaction est possible dans un certain domaine  $d\varphi_{k_2}, d\theta_{k_2}$ , donnant une probabilité non nulle d'interaction.

Dans nos conditions expérimentales  $\omega_1 = 2\pi \cdot 9,4 / 2$  GHz et la largeur de cette zone B est donnée par :

$$0 < \frac{\omega_i}{\omega_M} < 6 \cdot 10^{-2} \quad \text{soit} \quad 0 < H_i < 100 \text{ Oe}$$

Sur la figure 20, on observe une remontée, 100 Oe environ avant la désaturation ( $H_i = 0$ ). Cette remontée de  $\chi''_z$  en pompage parallèle vers le champ de désaturation à 9 GHz avait été observée par Green, <sup>(8)</sup> mais n'avait pas pu être expliquée.

#### 4- INTERACTION MAGNON-PHONON.

L'énergie magnétoélastique, jusqu'ici négligée, couple les vibrations élastiques ou phonons et les vibrations magnétiques ou ondes de spin. L'interaction la plus simple est celle faisant intervenir un phonon et un magnon. Pour que l'énergie et la quantité de mouvement soient conservées, magnon et phonon doivent posséder même fréquence et même vecteur d'onde. Si nous représentons figure 25, les courbes de dispersion des ondes de spin et des phonons, cette interaction a lieu au point d'intersection A. Comme

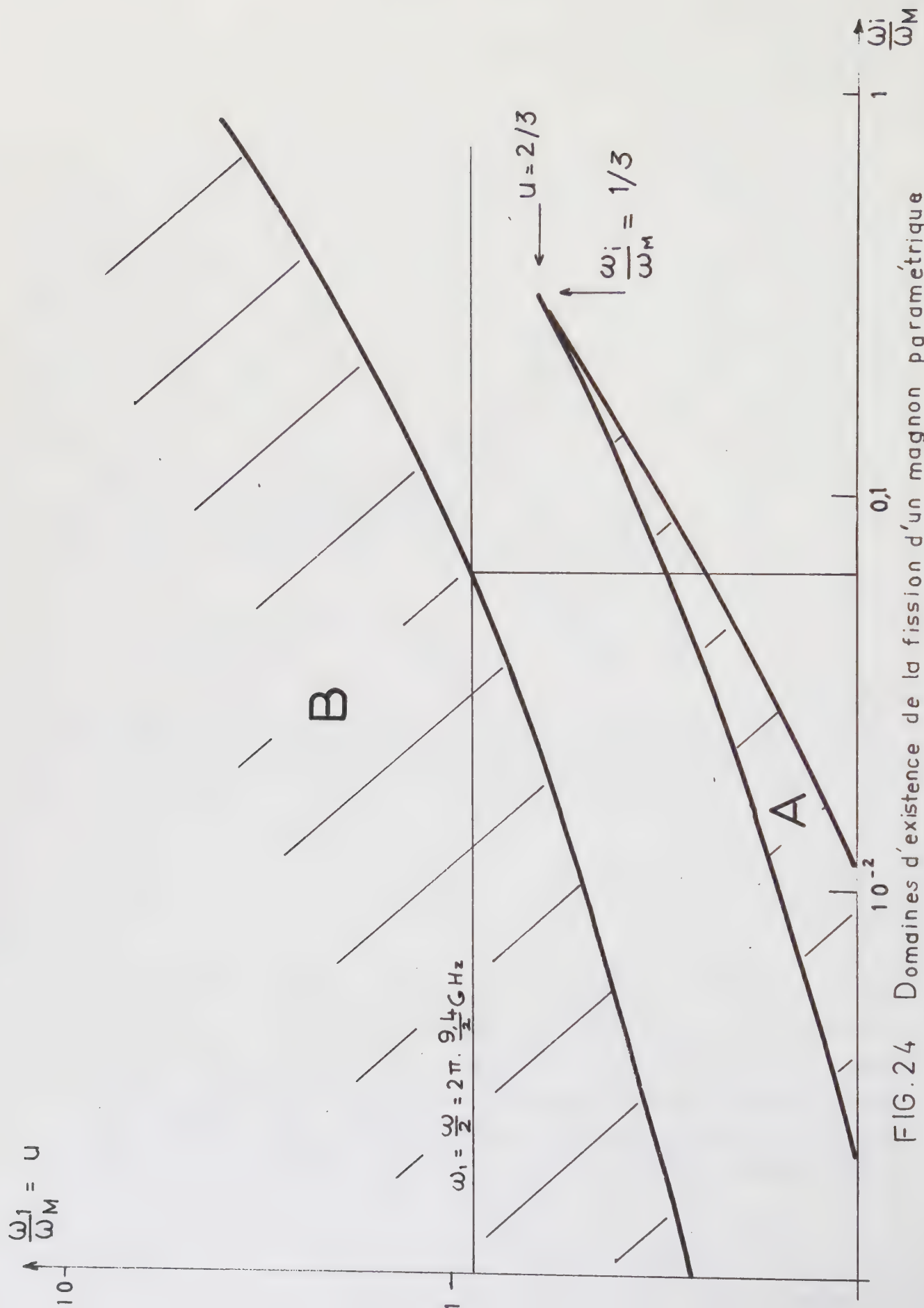


FIG. 24 Domaines d'existence de la fission d'un magnon paramétrique

les ondes de spin sont produites par pompage parallèle, on a seulement représenté la branche des ondes de spin pour  $\theta_k = \pi/2$ , et la branche des phonons transverses qui seuls semblent interagir <sup>(29)</sup>. Déterminons le champ interne  $H_i = H_{ph}^i$  qui doit être appliqué à l'échantillon pour exciter paramétriquement en pompage parallèle les magnons  $k_s$  au point A de la figure 25.

Si  $v_s$  est la vitesse des phonons transverses :

$$k_s = \frac{\omega_s}{v_s} = \frac{\omega}{2v_s}$$

$$\omega_s^2 = \omega_k^2 = (H_i + D k_s^2)(H_i + D k_s^2 + 4\pi M)$$

Si  $H_c^i$  est la valeur de  $H_i$  qui correspond à l'excitation des magnons  $k = 0$

$$(IV\ 7) \quad H_{ph}^i = H_c^i - D k_s^2$$

Pour ces magnons  $(k_s, \omega_s)$  on s'attend à une augmentation de leur taux de relaxation due à l'interaction supplémentaire avec les phonons, donc à une augmentation du seuil critique  $h_c$  pour  $H_i = H_{ph}^i$ .

Sur la figure 26 qui est un agrandissement de la figure 6 donnant le seuil critique  $h_c$  en fonction de  $H_a$ , on observe bien une telle remontée avec  $H_{ac} - H_{ph} \approx 25$  Oe. Si on utilise cette valeur dans la formule (IV,7) on peut déterminer la constante d'échange  $D$  ( $v_s = 3,87 \cdot 10^5$  cm s<sup>-1</sup>,  $\omega = 2\pi \cdot 9,4 \cdot 10^9$  Hz)

$$D = (H_c^i - H_{ph}^i) \left( \frac{2v_s}{\omega} \right)^2 = (H_{ac} - H_{ph}) \left( \frac{2v_s}{\omega} \right)^2 \approx 4 \cdot 10^{-9} \text{ Oe.cm}^2$$

valeur en bon accord avec celle généralement admise.

En travaillant à une fréquence plus élevée,  $H_{ac} - H_{ph}$  augmente et la précision des mesures est meilleure. Turner <sup>(29)</sup> a réalisé l'expérience avec une fréquence de pompe plus favorable de 35 GHz.

Nous ne ferons que citer les interactions plus complexes telles que celles faisant intervenir un magnon et deux phonons pour dire qu'elles ont été étudiées <sup>(12)</sup> afin de déterminer leur contribution à la relaxation thermique des magnons, en particulier pour retrouver la valeur  $\Delta H_{KL}$  de la figure 7.

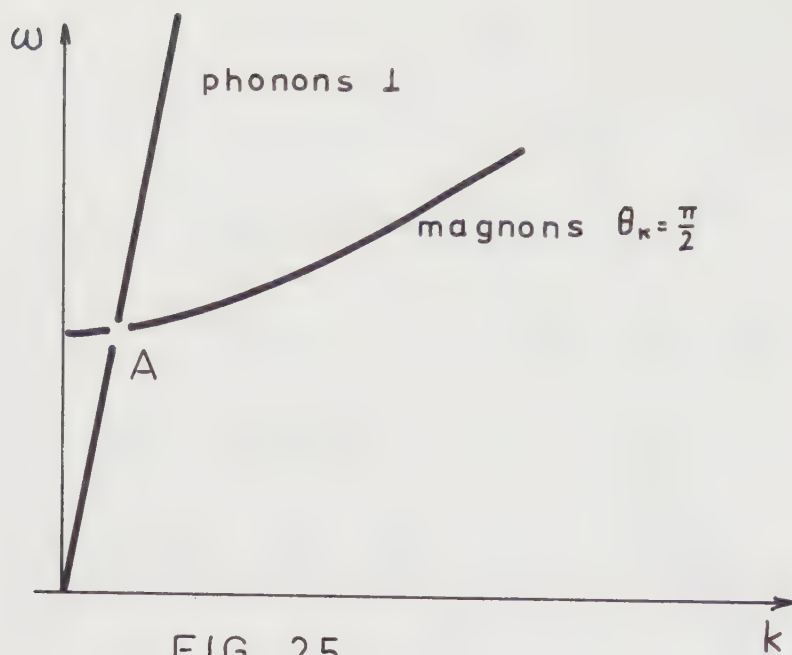


FIG. 25

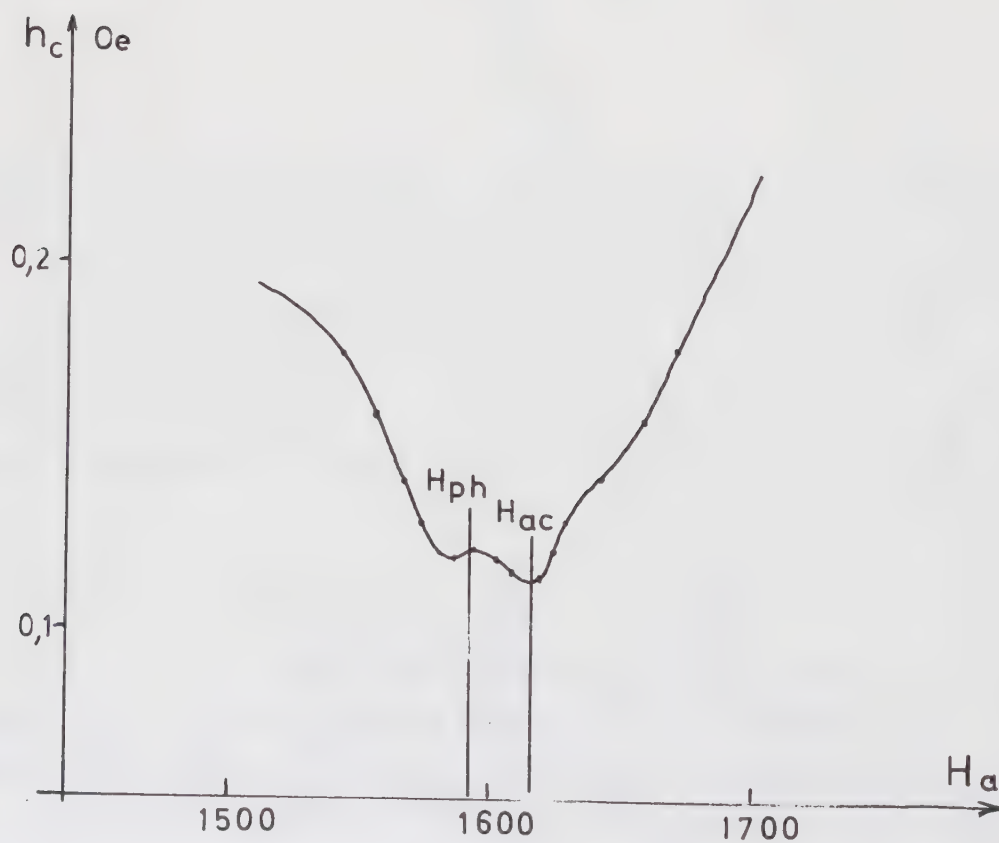


FIG. 26 Interaction magnon-phonon.

## CONCLUSION

Le pompage parallèle est la seule méthode permettant d'exciter des ondes de spin de vecteur d'onde bien déterminé (si l'on excepte l'utilisation des films minces ferromagnétiques, dont la technologie de fabrication ne permet pas encore d'obtenir des matériaux monocristallins satisfaisants <sup>(21)</sup>). Cependant jusqu'ici, ont seuls fait l'objet d'une étude approfondie, la valeur du seuil critique d'absorption non linéaire et la croissance transitoire initiale des populations d'ondes de spin. La détermination précise et systématique, présentée ici, des variations de l'absorption stationnaire en fonction du champ magnétique continu et de l'amplitude du champ alternatif hyperfréquence, nous a permis de mettre en évidence pour la première fois :

- la discontinuité d'absorption au seuil critique,
- la fusion de trois magnons paramétriques,
- la fission des magnons paramétriques de faible longueur d'onde.

La cohérence des résultats obtenus est la preuve de la parfaite connaissance des caractéristiques des ondes de spin excitées par le pompage parallèle, qui constitue ainsi un point de départ particulièrement bien adapté à l'étude des interactions entre ondes de spin et autres excitations, telles que photons, phonons, électrons ...

La mesure des seuils critiques en pompage parallèle n'est pas plus délicate qu'une mesure des largeurs de raie du mode uniforme  $\Delta H_0$ . Or la connaissance de la largeur de raie des ondes de spin  $\Delta H_k$  est indispensable pour traiter le problème important des pertes magnétiques, en hyperfréquences. La relaxation ferromagnétique proprement dite, due aux interactions magnons-magnons et magnons-phonons, est bien mieux caractérisée par  $\Delta H_k$ , moins sensible aux facteurs tels que imperfections cristallines, état de surface et pour les polycristaux, porosité, forme des grains, que ne l'est  $\Delta H_0$ .

Pour conclure, le pompage parallèle apporte une contribution très importante à l'étude des mécanismes théoriques de relaxation ferromagnétique et est un complément indispensable pour l'étude et le choix des matériaux ferrimagnétiques hyperfréquences.

A N N E X E A

ONDES DE SPIN DANS UN MILIEU FERROMAGNETIQUE

Il est nécessaire pour comprendre les phénomènes exposés d'avoir bien en vue la définition des ondes de spin ou magnons. Pour introduire les formules rappelées au chapitre I, nous donnons ici les grandes lignes du traitement du mouvement du moment magnétique ou des spins dans un corps ferromagnétique isolant, en suivant le traitement de Holstein et Primakoff. Les grandeurs  $S_i$ ,  $a_i$ ,  $a_i^+$  ... qui interviennent sont des opérateurs. La recherche par la mécanique classique des modes propres des vibrations propagées par l'aimantation se conduirait d'une manière tout à fait parallèle et aboutirait aux mêmes résultats,  $a_i$ ,  $a_i^+$  désignant alors l'amplitude des divers modes. A la température ambiante, la valeur du taux d'occupation thermique  $n_k^0$  d'un magnon  $k$  :

$$n_k^0 = \frac{k_B T}{\hbar \omega_k} \simeq 10^3 \quad (T = 300^\circ K, \omega_k = 2\pi \cdot 4,7 \cdot 10^9 s^{-1})$$

est telle que cette méthode semi classique souvent rencontrée dans la littérature est bien justifiée mais la méthode semi-classique ne se prête pas aux études de la relaxation.

Tenant compte successivement des énergies d'échange, de Zeemann et dipolaire du système de spins <sup>(30)</sup>, l'Hamiltonien relatif aux mouvements des spins dans un cristal ferromagnétique s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{l,m} 2 J_{lm}(\vec{r}_{lm}) \vec{S}_l \vec{S}_m - \sum_l \mu S_l^z H_i \\ (A,1) \quad & + \frac{1}{2} \sum_{l,m} \frac{\mu^2}{r_{lm}^3} [r_{lm}^2 S_l S_m - 3(\vec{r}_{lm} \vec{S}_l)(\vec{r}_{lm} \vec{S}_m)] \end{aligned}$$

avec  $S_l, S_m$  spins des sites  $l$  et  $m$

$r_{lm}$  vecteur joignant les spins  $l$  et  $m$

$J_{lm}$  constante d'échange.

$\mu = g \mu_B \simeq 2 \mu_B = 9,2 \text{ erg.Oe}^{-1}$  où  $g$  est le facteur de Landé et  $\mu_B$  le magnéton de Bohr.

$H_i = H_a - 4 \pi N_z M$  où  $H^a$  désigne le champ magnétique extérieur appliqué suivant  $Oz$ , et  $N_z$  le coefficient de désaimantation macroscopique de l'échantillon suivant  $Oz$  ( $N_z = \frac{1}{3}$  pour une sphère).

Pour ne pas compliquer l'exposé, nous n'avons pas tenu compte du terme d'anisotropie magnétocristalline qui peut être considéré comme négligeable dans notre cas.

Les opérateurs spin  $S_l$  obéissent aux règles de commutation :  $[S_l^x, S_l^y] = i S_l^z \Delta_{lm}$  et les analogues obtenues par permutation ( $\Delta_{lm}$  est le symbole de Kronecker).

Dans le but de diagonaliser l'Hamiltonien, Holstein et Primakoff<sup>(19)</sup> utilisent la série de transformations suivante :

#### 1°) Déviations de spin.

Effectuons le changement de variable :

$$\begin{aligned} S_l^x + i S_l^y &= S_l^+ = (2S)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{a_l^+ a_l}{2S}\right) a_l \\ (A, 2) \quad S_l^x - i S_l^y &= S_l^- = (2S)^{\frac{1}{2}} a_l^+ \left(1 - \frac{a_l^+ a_l}{2S}\right) \\ S - S_l^z &= n_l = a_l^+ a_l \end{aligned}$$

L'opérateur  $n_l$  est l'opérateur déviation de spin. Les opérateurs création et destruction  $a^+$  et  $a$  satisfont aux relations de commutation :

$$[a_l, a_m^+] = \Delta_{lm} ; [a_l, a_m] = [a_l^+, a_m^+] = 0$$

Les trois composantes de spin ont pu être exprimées en fonction de deux opérateurs grâce à l'invariance de  $|\vec{S}_l| = \sqrt{S(S+1)}$ .

## 2°) Transformation de Fourier.

Développons  $a_1$  et  $a_1^+$  en ondes planes :

$$(A,3) \quad \begin{aligned} a_1 &= N^{-\frac{1}{2}} \sum_k \exp(-i k r_1) b_k \\ a_1^+ &= N^{-\frac{1}{2}} \sum_k \exp(i k r_1) b_k^+ \end{aligned}$$

$N$  est le nombre total de spins . On utilise les conditions aux limites de Born Von Karman : les composantes de  $k$  sont des multiples de  $2\pi/L$ ,  $V = L^3$  étant le volume de périodicité.

On vérifie les mêmes règles de commutation :

$$[b_k, b_{k'}^+] = \Delta_{kk'} ; [b_k, b_{k'}] = [b_k^+, b_{k'}^+] = 0$$

Les deux transformations ci-dessus appliquées à (A,1) donnent :

$$(A,4) \quad \mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_3 + \mathcal{H}_4 + \dots$$

$$\mathcal{H}_0 = \sum_k (A_k b_k^+ b_k + \frac{1}{2} B_k b_k b_{-k} + \frac{1}{2} B_k^+ b_k^+ b_{-k}^+)$$

$$(A,5) \quad \mathcal{H}_3 = \sum_{kk'k''} (C_{kk'k''} b_k^+ b_{k'}^+ b_{k''} + C_{kk'k''}^+ b_k b_{k'} b_{k''}^+) \Delta(\vec{k} + \vec{k}' - \vec{k}'')$$

$$(A,6) \quad \mathcal{H}_4 = \sum_{kk'k''k'''} [(D_{kk'k''k'''} b_k^+ b_{k'}^+ b_{k''} b_{k'''} + c.c.) \Delta(\vec{k} + \vec{k}' - \vec{k}'' - \vec{k}''') + \\ (E_{kk'k''k'''} b_k^+ b_{k'}^+ b_{k''} b_{k'''} + c.c.) \Delta(\vec{k} + \vec{k}' - \vec{k}'' - \vec{k}''')]$$

avec  $A_k = \mu(H_i + Dk^2 + 4\pi M \sin^2 \theta_k)$

$$B_k = 2\pi\mu M \sin^2 \theta_k e^{-2i\varphi_k}$$

$$C_{kk'k''} = \frac{\pi\mu}{2\sqrt{V}} \sqrt{2\mu M} [\sin 2\theta_k e^{-i\varphi_k} + \sin 2\theta_{k'} e^{-i\varphi_{k'}}]$$

$$D_{kk'k''k'''} = \frac{\pi\mu^2}{6V} [\sin^2 \theta_{k'} e^{2i\varphi_{k'}} + \sin^2 \theta_{k''} e^{2i\varphi_{k''}} + \sin^2 \theta_{k'''} e^{2i\varphi_{k'''}}]$$

$\mu D = 2SJa^2$  (on a supposé un réseau cubique simple de maille  $a$ ,  
interaction entre premiers voisins seulement et  $k \ll \frac{1}{a}$ )  
M désigne le moment magnétique par unité de volume  $M = \frac{2\mu_B S}{a^3}$

Pour le grenat d'yttrium on donne généralement  $\mu D = 10^{-28} \text{ erg-cm}^2$  et  
 $4\pi M = 1800 \text{ Oe}$  à la température ambiante.

### 3°) Dernière transformation - spectre des ondes de spin.

Pour diagonaliser  $\mathcal{H}_0$  dans le cas où  $B_k$  ne peut être négligé une dernière transformation linéaire faisant passer des  $b_k$  aux  $c_k$  est nécessaire :

$$b_k = u_k c_k - v_k c_{-k}^+$$

$$b_{-k} = u_k c_{-k} - v_k c_k^+$$

ce qui donne :

$$\mathcal{H}_0 = \sum_k \hbar \omega_k c_k^+ c_k$$

avec

$$u_k = u_{-k} = \left( \frac{A_k - \hbar \omega_k}{2 \hbar \omega_k} \right)^{\frac{1}{2}} ; \quad v_k = v_{-k} = \frac{B_k}{|B_k|} \left( \frac{A_k - \hbar \omega_k}{2 \hbar \omega_k} \right)^{\frac{1}{2}}$$

(A,7)

$$\hbar \omega_k = (A_k^2 - |B_k|^2)^{\frac{1}{2}}$$

Rappelons que les seuls éléments de matrice non nuls des opérateurs  $c_k^+$  et  $c_k$  sont :

$$\langle n_k + 1 | c_k^+ | n_k \rangle = \sqrt{n_k + 1} e^{-i\omega_k t}$$

(A,8)

$$\langle n_k - 1 | c_k | n_k \rangle = \sqrt{n_k} e^{i\omega_k t}$$

Le terme  $\mathcal{H}_3$  doit aussi être transformé en fonction des nouvelles variables. Les valeurs propres du terme diagonal du second ordre  $c_k^+ c_k$  donnent le taux d'occupation du mode  $k$ , les termes d'ordre supérieur définissent des probabilités de transition entre les différents modes propres.

L'Hamiltonien réduit  $\mathcal{H}_0$  est l'Hamiltonien classique de l'oscillateur harmonique équivalent, pour les  $C_k$ , à une fonction du temps harmonique :

$$i \frac{dC_k}{dt} = \frac{1}{\hbar} [\mathcal{H}_0, C_k] = \omega_k C_k$$

En remplaçant  $A_k$  et  $B_k$  par leur valeur dans  $\hbar \omega_k$ , on obtient la relation de dispersion des ondes de spin :

$$(A,9) \quad \left( \frac{\omega_k}{\gamma} \right)^2 = (H_i + Dk^2)(H_i + Dk^2 + 4\pi M \sin^2 \theta_k)$$

Quand seules les grandes longueurs d'onde  $ka \ll 1$  interviennent, on peut décrire les ondes de spin en tant que vibrations de l'aimantation par unité de volume  $M(r)$  au point  $r$ . L'aimantation est reliée aux opérateurs de spin de la théorie de Holstein et Primakoff par :

$$M(r) = \frac{N}{V} \mu S_i$$

Calculons la composante suivant  $Oz$  :

$$(A,10) \quad M_z(r) = M - \frac{\mu}{V} \sum_{kk'} \exp[i(-\vec{k} + \vec{k}') \cdot \vec{r}] b_k^+ b_{k'}$$

$$M_z = M - \mu \sum_k b_k^+ b_k$$

Nous avons signalé la limitation vers les courtes longueurs d'onde  $ka \ll 1$  pour la validité de l'exposé ci-dessus. Il faut ajouter une limitation vers les grandes longueurs d'onde  $kR \gg 1$ ,  $R$  dimension de l'échantillon. En effet l'énergie dipolaire entrant dans l'Hamiltonien ne tient pas compte de la contribution correspondant au champ démagnétisant macroscopique dû aux conditions aux limites à la surface de l'échantillon. Quand  $k \simeq 0$ , la longueur d'onde devenant comparable aux dimensions de l'échantillon, on ne peut négliger cette contribution. Walker <sup>(14)</sup> a déterminé, pour des

échantillons de forme ellipsoïdale, les modes propres de faible  $k$  appelés modes magnétostatiques en tenant compte des deux contributions (de volume et de surface) à l'énergie dipolaire mais en négligeant l'énergie d'échange, ce qui est valable pour les échantillons classiques dont les dimensions sont de l'ordre du millimètre (dans le cas des couches minces ferromagnétiques d'épaisseur inférieure au micron, cette simplification ne peut être faite).

Parmi ces modes, le mode uniforme de longueur d'onde infinie présente le plus grand intérêt et sa fréquence propre (fréquence de Kittel est facilement obtenue à partir des remarques ci-dessus :

$$(A,11) \quad \left( \frac{\omega_u}{\gamma} \right)^2 = (H_i + 4\pi M N_x)(H_i + 4\pi M N_y)$$

Pour une sphère :  $N_x = N_y = N_z = \frac{1}{3}$  et  $\omega_u = \gamma H_0$

# A N N E X E    B

## 1- FORMULE DE PERTURBATION EN CAVITE.

Coefficient de transmission, de réflexion, pulsation de résonance, coefficient de surtension Q d'une cavité couplée à un guide d'onde et chargée d'un échantillon, peuvent être reliés aux susceptibilités électrique et magnétique du matériau en résolvant les équations de Maxwell. Mais le calcul exact est presque toujours très complexe ou impossible. On a recours à un calcul de perturbation.

Bethe et Schwinger puis Hauser pour les échantillons anisotropes (31) ont démontré la formule suivante :

$$(B,1) \quad \frac{\Omega_o - \Omega}{\Omega} = \frac{\int_{\text{echantillon}} (H_o^+ M + E_o^+ P) dv}{\int_{\text{cavité}} (\mu_o H_o^+ H + \epsilon_o E_o^+ E) dv}$$

$\Omega_o$  pulsation de résonance complexe de la cavité vide,

$\Omega$  " " " " chargée,

$H_o$   $E_o$  vecteurs champs magnétique et électrique dans la cavité vide,

$H$   $E$  " " " " " chargée,

$M$ ,  $P$  vecteurs aimantation et polarisation de l'échantillon.

Rappelons que l'on a :

$$\Omega = \omega (1 + j \frac{2}{Q})$$

et si  $\Omega_o - \Omega \ll \Omega_o$  -

$$(B,2) \quad \frac{\Omega_o - \Omega}{\Omega} \approx \frac{\omega_o - \omega}{\omega_o} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_o} \right)$$

Nous ne discuterons pas systématiquement l'utilisation et la validité de la méthode de perturbation (Voir Courtois (32)), nous préciserons seulement son application à nos mesures de susceptibilité magnétique longitudinale.

L'échantillon est placé en un maximum de champ magnétique et un zéro de champ électrique ce qui annule le 2e terme de numérateur de (B,1). L'échantillon est sphérique et ses dimensions sont petites devant la longueur d'onde électromagnétique dans le matériau. Par définition du tenseur de susceptibilité magnétique ( $\chi$ ) et du tenseur de désaimantation (N) on a :

$$M = (\chi) H$$

$$\text{et } H_o = H + (N) M$$

$$\text{soit } H_o = [1 + (N) (\chi)] H$$

$$M = (\chi) [1 + (N) (\chi)]^{-1} H_o$$

$$(B,3) \quad (\chi_a) = (\chi) [1 + (N) (\chi)]^{-1}$$

est souvent appelé tenseur de susceptibilité apparente.

On obtient ainsi :

$$\frac{\Delta \Omega}{\Omega} = \frac{H_o (\chi_a) H_o V_e}{\int_{\text{cavité}} H_o^2 dv}$$

$V_e$  étant le volume de l'échantillon.

Si  $\chi_{az}$  est la susceptibilité apparente suivant Oz parallèle à  $H_o$  :

$$(B,4) \quad \frac{\Delta \Omega}{\Omega} = \chi_{az} \frac{H_o^2 V_e}{\int_{\text{cavité}} H_o^2 dv}$$

Dans cette étude, nous ne nous intéressons qu'à la partie imaginaire de la susceptibilité magnétique longitudinale  $\chi''_z$ . Sa valeur ne dépasse guère  $2 \cdot 10^{-1}$ . De plus, on a vérifié que  $\chi'_z$  reste toujours inférieur à  $\chi''_z$ . L'expression de  $\chi''_{az}$  en fonction de  $\chi''_z$  tiré de (B,3) est pour une sphère :

$$\chi''_{az} = 9 \frac{\chi''_z}{(\chi'_z + 3)^2 + \chi''_z^2}$$

On voit qu'avec une approximation satisfaisante, on peut écrire :

$$\chi''_{az} = \chi''_z$$

## 2- DETERMINATION DE L'ENERGIE T EMMAGASINEE DANS UNE CAVITE TE 011.

Nous devons déterminer le champ  $H_0$  au centre de la cavité correspondant à une énergie emmagasinée  $T$  reliée elle-même à la puissance hyperfréquence entrante  $P_0$  par :

$$T = \frac{P_0 Q}{\omega}$$

Pour le mode  $TE_{011}$  le champ électrique  $E$  dans la cavité se limite à la composante  $E_\theta$  :

$$E_\theta = j \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_0}} \frac{k}{k_c} H_0 J'_0(k_c r) \sin k_g z$$

$H_0$  est le champ magnétique suivant  $Oz$  au centre ( $r = 0$ ,  $z = h/2$ ).

$k$  vecteur d'onde plane correspondant à la pulsation .

$k_c$  vecteur d'onde transverse.

$k_g$  vecteur d'onde longitudinal

$$k^2 = k_c^2 + k_g^2$$

$J'_0(k_c r) = -J_1(k_c r)$  ( $J_0$  et  $J_1$  fonction de Bessel d'ordre 0 et 1).

$T$  s'obtient en intégrant  $E$  sur le volume de la cavité :

$$T = \frac{1}{2} \int_V \epsilon_0 E^2 dv$$

soit :

$$T = \frac{1}{2} \mu_0 H_0^2 \left( \frac{k}{k_c} \right)^2 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{h=\frac{\pi}{k_g}} \sin^2 k_g z dz \int_0^R J_1^2(k_c r) r dr$$

( $R$  est déterminé par  $J_1(k_c R) = 0$ )

L'intégration est simple et fournit :

$$(B,5) \quad T = 0,0458 \mu_0 H_0^2 \left( \frac{k}{k_c} \right)^2 V_c$$

où  $V_c = \pi R^2 h$  est le volume de la cavité.

Comme nous effectuons des mesures aux fortes puissances, déterminons les limites imposées par le claquage du champ électrique dans la cavité.

Le champ électrique maximum est :

$$E_{\theta}^{\max} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{k}{k_c} H_0 [J_1(k_c r)]^{\max}$$

Le maximum de  $J_1(k_c r)$  est 0,58. En égalant  $E^{\max}$  au champ électrique de claquage dans l'air  $E_c$ , on obtient le champ magnétique  $H_{oc}$  correspondant que l'on ne peut dépasser ;

$$H_{oc} = \frac{1}{0,58} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{k_c}{k} E_c$$

Pour augmenter  $H_{oc}$  il faut augmenter  $k_c$  soit  $h$ . Mais la surtension à vide  $Q_0$  de la cavité passe par un maximum pour  $h = 2R$  et ensuite décroît. Comme c'est la sensibilité qui limite nos mesures, nous avons pris  $h/2R = 1$ . Pour ce rapport le claquage n'intervient que pour la valeur déjà très importante (si  $E_c = 3,2 \cdot 10^6$  V/m,  $H_{oc} = 180$  Oe).

Les dimensions intérieures de la cavité utilisée resonnant à une fréquence de 9,4 GHz sont :

$$h = 4,3 \text{ cm} \qquad 2R = 4,21 \text{ cm}$$

$$\text{on a } k/k_c = 1,08 \quad ; \quad V_c = 60 \text{ cm}^3 \quad ; \quad V_E = 16,5 \text{ mm}^3$$

(l'échantillon est une sphère de 3,16 mm de diamètre).

L'application numérique de la formule (B,5) donne :

$$(B,6) \qquad h_0 = 1,63 \sqrt{Q P_0}$$

La connaissance de  $T$  permet d'obtenir à partir de (B,4) et (B,2) :

$$\chi''_z = \frac{236}{Q_0} (Q_0 / Q - 1).$$

BIBLIOGRAPHIE

- 1 Akhiezer A.I., Baryakhtar V.G., Kaganov M.J. - Sov. Phys. Uspekhi, (1961) 3, 567 et 3, 661.
- 2 Bertaut E, Forat F. - C.R. Acad. Sci. (1956), 242, 882.
- 3 Bloembergen N., Wang S. - Phys. Rev. (1954), 93, 72.
- 4 Callen H.B. - Magnetism Vol. 1 (1963), Academic Press Inc. New York.
- 5 Courtois L. - Thèse Faculté des Sciences Paris (1964).
- 6 Damon R.W. - Rev. Mod. Phys. (1953), 25, 239.
- 7 Gottlieb P., Suhl H. - J. Appl. Phys. (1962), 33, 1508.
- 8 Green J.J., Schlömann E. - J. Appl. Phys. (1962), 33, 1358.
- 9 Griphithz J.H.E. - Nature (London) (1946), 158, 670.
- 10 Hauser W. - Quart. J. Mech. Appl. Math. (1958), 11, 112.
- 11 Holtein T., Primakhoff H. - Phys. Rev. (1940), 58, 1098.
- 12 Kasuya T., Le Craw R.C. - Phys. Rev. Letters (1961), 6, 223.
- 13 Klupsh Th., Haubenreisser W. - Phys. Statu Solidi (1966), 16, k 147.
- 14 Le Gall H. - Thèse Faculté des Sciences Paris (1964).
- 15 Le Gall H., Lemaire B. - J. Appl. Phys. (1967), 38, 1239.
- 16 Lemaire B., Le Gall H., Dormann J.L. - Solid State Comm. (1967), 5, 499.
- 17 Lemaire B., Le Gall H. - Phys. Statu Solidi (1966), 17, K 41.
- 18 Moreno T. - Microwave Transmission Design Data. Dover Publ. New York.
- 19 Morgenthaler F.R. - J. Appl. Phys. (1963), 34, 1287.
- 20 Olson F.A. - J. Appl. Phys. (1963), 34, 1281.
- 21 Pascard H., Berteaud A.J., - C.R. Acad. Sci. (1964), 258, 2275.
- 22 Schlömann E. - J. Appl. Phys. (1962), 33, 527.
- 23 Schlömann E. - Phys. Rev. (1961), 121, 1312.
- 24 Schlömann E. - J. Appl. Phys. (1963), 34, 1998.

- 25 Sparks M., Kittel C. - Phys. Rev. Letters (1960), 4, 232.
- 26 Sparks M., Loudon R., Kittel C. - Phys. Rev. (1961), 122, 791.
- 27 Spencer E.G., Le Crow R.C. - Proc. I.E.E. (1962), 109, Part. B, Suppl. 21.
- 28 Suhl H. - J. Phys. Chem. Solids, (1957), 1, 209.
- 29 Turner E.H. - Phys. Rev. Letters (1960), 5, 100.
- 30 Van Wleck J.H. - Proc. I.R.E. (1956), 1248.
- 31 White R.M., Sparks H. - Phys. Rev. (1963), 130, 632.









